

Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ ΓΙΑ ΠΑΙΔΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**Διονυσία Αγγελοπούλου, Κώστας Ζαχάρος
& Δημήτρης Πολίτης**

Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα ανακοίνωση παρουσιάζονται τα αποτελέσματα έρευνας σχετικά με τη συμβολή της Λογοτεχνίας για Παιδιά στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης στο Νηπιαγωγείο. Η έρευνα υλοποιήθηκε σε δημόσιο Νηπιαγωγείο της Πάτρας με τη συμμετοχή 14 μαθητών, νηπίων και προνηπίων. Η ανάλυση των ευρημάτων βασίστηκε στην καταγραφή των διαλόγων κατά τη διάρκεια των μαθημάτων, στα φύλλα καταγραφής που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές, καθώς και στις ερευνητικές σημειώσεις. Τα αποτελέσματα της έρευνας οδηγούν στη διαπίστωση ότι ένα οργανωμένο πλαίσιο αφήγησης μπορεί να συμβάλει θετικά στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης από τους μαθητές της Προσχολικής Εκπαίδευσης.

Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ ΓΙΑ ΠΑΙΔΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**Διονυσία Αγγελοπούλου, Κώστας Ζαχάρος
& Δημήτρης Πολίτης**

Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα ανακοίνωση παρουσιάζονται τα αποτελέσματα έρευνας σχετικά με τη συμβολή της Λογοτεχνίας για Παιδιά στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης στο Νηπιαγωγείο. Η έρευνα υλοποιήθηκε σε δημόσιο Νηπιαγωγείο της Πάτρας με τη συμμετοχή 14 μαθητών, νηπίων και προνηπίων. Η ανάλυση των ευρημάτων βασίστηκε στην καταγραφή των διαλόγων κατά τη διάρκεια των μαθημάτων, στα φύλλα καταγραφής που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές, καθώς και στις ερευνητικές σημειώσεις. Τα αποτελέσματα της έρευνας οδηγούν στη διαπίστωση ότι ένα οργανωμένο πλαίσιο αφήγησης μπορεί να συμβάλει θετικά στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης από τους μαθητές της Προσχολικής Εκπαίδευσης.

1. Η συνεισφορά της Λογοτεχνίας για Παιδιά στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών

Τα τελευταία χρόνια η μαθηματική εκπαίδευση δίνει ιδιαίτερη έμφαση στο ρόλο του επικοινωνιακού πλαισίου για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών σε χαμηλές σχολικές βαθμίδες (Zacharos et. al 2011, Ζαχάρος 2013). Σημαντικό ρόλο στη δημιουργία κατάλληλου πλαισίου διαδραματίζει η χρήση της Λογοτεχνίας για Παιδιά.

Η σχέση της Λογοτεχνίας με τα Μαθηματικά εντάσσεται στο ευρύτερο πλαίσιο σύνδεσης της Λογοτεχνίας με τις Επιστήμες, με αξιόλογες συγγραφικές παραγωγές προς αυτή την κατεύθυνση. Στην ονομαζόμενη «Μαθηματική Λογοτεχνία» ανήκουν λογοτεχνικά βιβλία, τα οποία οικοδομούν την πλοκή τους πάνω σε μύθους και διδακτικά κείμενα ή πάνω σε προσωπικές εμπειρίες και βιώματα μαθηματικών προσωπικοτήτων, καθώς και σε βιβλία που περιγράφουν μαθηματικά προβλήματα και μαθηματικές σχέσεις (Παπαδάτος & Πολίτης 2008).

Ειδικότερα, τα λογοτεχνικά βιβλία για παιδιά, όπου στη μυθοπλασία διεισδύουν μαθηματικές έννοιες και πρακτικές, παρουσιάζουν πολλαπλό ενδιαφέρον που πιστοποιείται από ένα μεγάλο, συνεχώς αυξανόμενο και σε ευρωπαϊκό επίπεδο, αριθμό τίτλων. Τα εν λόγω βιβλία φαίνεται ότι 'ξορκίζουν' την 'κατάρα' της μαθηματικής σκέψης, αξιοποιώντας δημιουργικά το μαθηματικό συλλογισμό στην εξερεύνηση των πολλαπλών δυνατοτήτων ενός ολόκληρου κόσμου που στηρίζεται ουσιαστικά σε λογοτεχνικές συμβάσεις.

Τα λογοτεχνικά κείμενα για παιδιά ενοποιούν αφηγηματικά, τις 'δύσκολες' μαθηματικές έννοιες και πρακτικές με τις ευχάριστες μυθοπλαστικές συμβάσεις (Πολίτης 2009).

Μέσω της μυθοπλασίας τα βιβλία αυτά στοχεύουν στην εξοικείωση των αναγνωστών τους με μαθηματικές έννοιες και πρακτικές, συσχετίζουν το νοητό με το συγκεκριμένο και μέσα από πολύ ενδιαφέρουσες τεχνικές συνεισφέρουν στην υπέρβαση των δυσκολιών.

Η οικειοποίηση της μαθηματικής γνώσης γίνεται εφικτή μέσα από διδακτικές προσεγγίσεις που δεν καταφέρνουν να αποκρύψουν την πρόθεσή τους, επιδιώκοντας να δείξουν στον αναγνώστη ότι τα μαθηματικά και οι μαθηματικές πρακτικές μπορεί να μας βοηθήσουν στην κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει (Πολίτης 2009).

Συμπερασματικά, η Λογοτεχνία για Παιδιά που περιλαμβάνει ιστορίες με μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να κινητοποιήσει το ενδιαφέρον των παιδιών για μαθηματικές πράξεις και να προσδώσει νόημα στις προτεινόμενες για διδασκαλία μαθηματικές έννοιες (Whitin & Whitin 2001). Επιπλέον, ενθαρρύνει τα παιδιά να προβάλουν τις ιδέες τους, να αναπτύξουν την ευρηματικότητά τους και να επινοήσουν τρόπους χειρισμού μαθηματικών προβλημάτων.

Σκοπός της έρευνας, της οποίας τα ευρήματα παρουσιάζονται εδώ, είναι η διερεύνηση της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης από μαθητές προσχολικής ηλικίας, μέσα στο αφηγηματικό πλαίσιο ενός παραμυθιού.

2. Σύγχρονες αντιλήψεις για την αντιμετώπιση των λεκτικών προβλημάτων των μαθητών

Οι σύγχρονες προσεγγίσεις της επίλυσης ενός λεκτικού προβλήματος δίνουν έμφαση στη εννοιολογική κατανόησή του πριν από την έναρξη επίλυσης. Η επιτυχής επίλυσή του απαιτεί την κατασκευή ενός εννοιολογικού μοντέλου του προβλήματος και την ένταξη της επίλυσης σ' αυτό το μοντέλο, ενώ η ποιότητα του εννοιολογικού μοντέλου επηρεάζει ουσιαστικά τη δυνατότητα επίλυσης. Τα εννοιολογικά μοντέλα είναι νοητικές αναπαραστάσεις των πληροφοριών που εμφανίζονται στο πρόβλημα και περιέχουν σημασιολογικές πληροφορίες και δεδομένα που περιέχονται στο πρόβλημα, καθώς και διαδικασίες για την επίλυση (Lepik 1990).

Η προσέγγιση των ερευνητών που εντάσσονται στην κοινωνικο-πολιτιστική προοπτική (π.χ. Vygotsky 1978, Mercer 2000, Mercer & Sams 2006) υποστηρίζει ότι η γλώσσα είναι ψυχολογικό και πολιτισμικό εργαλείο για τη μάθηση και τη γνωστική ανάπτυξη των ατόμων.

Στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων οι μαθητές χρησιμοποιούν τη φυσική γλώσσα που διατυπώνονται τα λεκτικά προβλήματα, καθώς και τη γλώσσα των μαθηματικών, όπως τα σύμβολα και οι πράξεις (νοητές ή μη), στην οποία πρέπει "να μεταφραστούν" οι σχέσεις που περιγράφονται στο πρόβλημα. Η μετάφραση από τη φυσική γλώσσα απαιτεί την κατανόηση πολλών πλευρών του λόγου, όπως του

συντακτικού της γλωσσικής διατύπωσης, της σημασίας του κειμένου, καθώς και των πραγματολογικών στοιχείων που αναφέρονται στο πρόβλημα. Συνεπώς, η κατανόηση της φυσικής γλώσσας με την οποία διατυπώνονται τα λεκτικά προβλήματα είναι μια σημαντική πλευρά της επίλυσης προβλήματος. Η ερμηνεία και το συγκεκριμένο περιεχόμενο του κειμένου επηρεάζεται, ιδιαίτερα στην προσχολική και στην πρώτη σχολική βαθμίδα, από το επικοινωνιακό πλαίσιο της διδασκαλίας που νοηματοδοτεί τις προσφερόμενες πληροφορίες.

3. Η τεχνική των ερωτήσεων

Οι ερωτήσεις που υποβάλλονται από τους/τις εκπαιδευτικούς κατά τη διδασκαλία έχουν, επίσης, πολλαπλή εκπαιδευτική αξία (Maher & Martino 1992, Martino & Maher 1999, Wood 1998, Maher 2005, Scherer & Steinbring 2006). Αρχικά, μέσω των ερωτήσεων, ο εκπαιδευτικός μπορεί να έχει μια εικόνα για τις γνώσεις των μαθητών του. Επιπλέον, κατάλληλες ερωτήσεις μπορεί να οδηγήσουν την εστίαση της προσοχής των μαθητών σε ειδικές πτυχές των εξεταζόμενων μαθηματικών εννοιών και να προκαλέσουν αιτιολογημένες απαντήσεις. Συμπερασματικά, οι ερωτήσεις είναι μια σημαντική πτυχή της παρέμβασης του/της εκπαιδευτικού. Δημιουργεί μια εκπαιδευτική ατμόσφαιρα στην τάξη που συμβάλλει στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης, μέσω της προτροπής για προβλέψεις, την αιτιολόγηση απόψεων, τη διατύπωση γενικεύσεων, την ανάπτυξη εναλλακτικών προσεγγίσεων, την επιδίωξη συναίνεσης της τάξης για τις πλέον πρόσφορες λύσεις. Με τον τρόπο αυτό, αντί να υιοθετείται η αποδοχή μιας μοναδικής απάντησης, διευρύνονται τα πεδία πειραματισμού και διερεύνησης (Burns 1985).

4. Η συνεισφορά των γραφικών αναπαραστάσεων ποσοτήτων

Τα σύγχρονα Αναλυτικά Προγράμματα διδασκαλίας μαθηματικών ενθαρρύνουν τους μαθητές στην καταγραφή δεδομένων με σημειώσεις, σχήματα και σύμβολα. Ήδη από την Προσχολική Εκπαίδευση προτείνεται ο εμπλουτισμός των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με πρακτικές καταγραφών που βοηθούν τα παιδιά στην κατανόηση της λειτουργίας των συμβόλων και των γραφικών αναπαραστάσεων.

Μέσα από τέτοιες πρακτικές οι μαθητές αρχίζουν να αντιλαμβάνονται τις γραφικές αναπαραστάσεις ως ένα αναπόσπαστο και χρήσιμο εργαλείο της μαθηματικής επιστήμης, το οποίο συνεισφέρει στη μαθηματική τυποποίηση και διευκολύνει την ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού (Shiakalli & Zacharos 2012).

Στη μαθηματική εκπαίδευση τα παιδιά καλούνται συχνά να καταγράφουν ποσοτικά ή χωρικά δεδομένα και να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων. Επιπλέον, συχνά πρέπει να ερμηνεύουν τα σύμβολα και να έχουν τη δυνατότητα να τα χρησιμοποιούν λειτουργικά. Αυτό σημαίνει τη δυνατότητα της αναδιοργάνωσης, της μετάφρασης και του μετασχηματισμού σχετιζόμενων δεδομένων σε μορφές που απαντώνται στη μαθηματική επιστήμη. Η διαδικασία αυτή σχετίζεται με μορφές μαθηματοποίησης (mathematizing) που, σύμφωνα με τον Freudenthal (1973), περιγράφονται ως η δυνατότητα οργάνωσης και αποτύπωσης των εμπειριών σε τυποποιημένο μαθηματικό λόγο.

5. Ερευνητικά ερωτήματα

Τα ειδικότερα ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρείται να διερευνηθούν στην παρούσα έρευνα είναι τα εξής:

- Μπορεί η Λογοτεχνία για Παιδιά που εμπεριέχει μαθηματικές έννοιες να δημιουργήσει το κατάλληλο πλαίσιο για την επιτυχή ενασχόληση μαθητών Προσχολικής Εκπαίδευσης με προβλήματα πρόσθεσης και αφαιρέσης μικρών ποσοτήτων;
- Η εξοικείωση των μαθητών με πρακτικές μεταφορές μαθηματικών δεδομένων, τα οποία περιγράφονται λεκτικά, σε γραφικές αναπαραστάσεις μπορεί να συνεισφέρει στην επίλυση προβλήματος;

6. Μέθοδος

Το δείγμα

Στην έρευνα πήραν μέρος 15 μαθητές ενός δημόσιου Νηπιαγωγείου από την περιοχή της Πάτρας. Οι μαθητές ήταν νήπια ηλικίας 5-5,5 ετών και προνήπια 4,5-5 ετών. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε το

σχολικό έτος 2012-13, μήνα Απρίλιο, ώστε οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με την αριθμηση και τον αριθμητικό συμβολισμό.

Η διαδικασία

Για την επίτευξη των στόχων της έρευνας υλοποιήθηκαν πέντε μαθηματικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μιας σχολικής εβδομάδας. Το μαθηματικό περιεχόμενο των προβλημάτων απαιτούσε πράξεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, καθώς και σύγκριση μικρών ποσοτήτων. Το επικοινωνιακό πλαίσιο εισαγωγής των προβλημάτων βασίστηκε στο παραμύθι του Ευγένιου Τριβιζά με τίτλο *Ο Άρης ο Τσαγκάρης* (2004), το οποίο διαρθρώθηκε σε μικρές, σχετικά αυτόνομες, διηγήσεις για τις ανάγκες της διδασκαλίας, ενώ κάθε διήγηση εισήγαγε ένα μαθηματικό πρόβλημα.

Στο τέλος κάθε επιμέρους διήγησης η ερευνήτρια/νηπιαγωγός διατύπωνε κατάλληλες ερωτήσεις. Σκοπός κάποιων ερωτήσεων ήταν να διαπιστωθεί αν οι μαθητές κατανόησαν τα πραγματολογικά στοιχεία της διήγησης, ενώ άλλες καθοδηγούσαν τους μαθητές στο μαθηματικό ζητούμενο του προβλήματος.

Για την ενίσχυση του επικοινωνιακού πλαισίου, επιχειρήθηκε μια δραματοποιημένη παρουσίαση του παραμυθιού. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε μια χάρτινη κατασκευή που αναπαριστούσε το τσαγκάρικο του Άρη του Τσαγκάρη, χάρτινες φιγούρες των ζώων, καθώς και χάρτινες κατασκευές των «παπουτσιών» τους που αναφέρονταν στη διήγηση. Ανάλογα με το αφηγηματικό πλαίσιο, οι μαθητές σημείωναν παραγγελίες, απαριθμούσαν και κρατούσαν σημειώσεις. Το ερευνητικό υλικό που αποτέλεσε αντικείμενο ανάλυσης προήλθε από τις προφορικές απαντήσεις των μαθητών που μαγνητοφωνήθηκαν, από τις γραπτές καταγραφές των μαθητών, καθώς και από τις σημειώσεις της ερευνήτριας.

7. Ανάλυση ευρημάτων

Στην ανάλυση των ευρημάτων που παρατίθεται εδώ γίνεται μια ενδεικτική παρουσίαση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης, παρατίθενται μορφές αλληλεπίδρασης του/της νηπιαγωγού με τους

μαθητές, ενώ σχολιάζονται οι στρατηγικές επίλυσης που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές.

• **1η Δραστηριότητα:**

-*Σκοπός:* Η εξοικείωση των μαθητών με μορφές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Μια μέρα επισκέπτονται τον Άρη τον τσαγκάρη ένας πελαργός, μια πάπια, ένας ελέφαντας, ένας λαγός, ένα χταπόδι και ένα άλογο και του ζητούν να τους φτιάξει παπούτσια. Ο τσαγκάρης όμως έχει χάσει τα γυαλιά του και δεν βλέπει καλά..... δεν βλέπει να μετρήσει τα πόδια που έχει το κάθε ζώο και να κρατήσει τις σημειώσεις του».

-*Ερώτηση της ερευνήτριας προς τους μαθητές:* «Μπορείτε να βοηθήσετε τον Άρη τον τσαγκάρη να σημειώσει τις παραγγελίες; Τι λέτε να κάνουμε;»

Οι μαθητές αρχίζουν να απαριθμούν τα πόδια των ζώων που είναι στις χάρτινες φιγούρες. Επίσης προχωρούν στην καταγραφή των ποσοτήτων, χρησιμοποιώντας κύρια αριθμητικά σύμβολα. Η λεκτική αλληλεπίδραση νηπιαγωγού και μαθητών οδηγεί το ενδιαφέρον των μαθητών στον εντοπισμό των ποσοτήτων που πρέπει να καταγραφούν, όπως φαίνεται και στο επόμενο πρώτο απόσπασμα διαλόγου.

Πρώτο απόσπασμα διαλόγου (Απαρίθμηση ποσοτήτων):

E (Ερευνήτρια): Μπορείτε να βοηθήσετε τον τσαγκάρη να βρει πόσα πόδια έχει η γάτα;

Y4 (Υποκείμενο 4): Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.

E: Πόσα παπούτσια θα χρειαστεί να φτιάξει ο τσαγκάρης για τη γάτα;

Y4: Τέσσερα.

E: Γιατί πρέπει να φτιάξει τέσσερα;

Y4: Γιατί έχει τέσσερα πόδια.

E: Υπάρχει κάποιος άλλος ζώο μέχρι τώρα που να θέλει τον ίδιο αριθμό παπουτσιών με την γάτα;

Υ 7 και 8: Θέλει τέσσερα όπως και ο λαγός.

Οι ερωτήσεις της νηπιαγωγού οδηγούν τους μαθητές στην ανάπτυξη πρακτικών καταγραφής των ποσοτήτων (δεύτερο απόσπασμα διαλόγου)

Δεύτερο απόσπασμα διαλόγου (Ανάπτυξη μορφών καταγραφής ποσοτήτων):

E: Πως θα βοηθήσουμε τον Άρη τον τσαγκάρη να θυμάται πόσα παπούτσια πρέπει να φτιάξει;

Κάποια νήπια: Να σημειώνουμε.

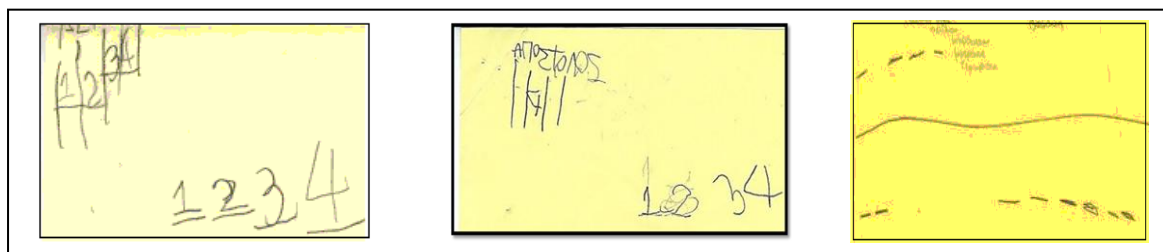
E: Ωραία ιδέα! Τι θα μπορούσατε να γράψετε πάνω σ' αυτό το χαρτί, για να βοηθήσετε τον τσαγκάρη;

Υ5: Τον αριθμό.

E: Ποιον αριθμό;

Υ5: Πόσα παπούτσια θέλει το ζώο.

Στις καταγραφές τους οι μαθητές χρησιμοποιούν ποικίλες αναπαραστάσεις. Χρησιμοποιούν τα συμβατικά σύμβολα αρίθμησης (εικόνα 1), μικτές μορφές με συμβατικά σύμβολα και μη συμβατικούς συμβολισμούς, όπως οι γραμμές με αντιστοίχιση;;; ένα-προς-ένα, δηλαδή ένα παπούτσι-μια γραμμή (εικόνα 2), καθώς και μη συμβατικά σύμβολα (εικόνα 3).



Εικόνες 1-3. Συμβολικές αναπαραστάσεις ποσοτήτων

• 2η Δραστηριότητα:

-*Σκοπός:* Η σύνδεση του αριθμού με την ποσότητα που συμβολίζει με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Ο Άρης ο Τσαγκάρης θέλει να φτιάξει ένα καινούργιο τσαγκάρικο στην τάξη του Νηπιαγωγείου , επειδή στο

παλιό δεν χωράνε οι παραγγελίες των ζώων. Στη μετακόμιση από το παλιό τσαγκάρικο στο καινούργιο είναι πιθανό να μπερδευτούν οι παραγγελίες των ζώων. Ο Τσαγκάρης χρειάζεται κάποιον να τον βοηθήσει να οργανώσει τις παραγγελίες. Σας ζητά, λοιπόν, να τον βοηθήσετε, μειρώντας τα παπούτσια του κάθε ζώου και σημειώνοντας τις παραγγελίες».

-Ερώτηση της ερευνήτριας προς τους μαθητές: «Πόσα πόδια έχει το ζώο που διαλέξατε; Πως μπορείτε να γράψετε τη παραγγελία;»

Οι μαθητές σε ομάδες των δύο (2) ατόμων επιλέγουν μια χάρτινη φιγούρα ενός ζώου και αναλαμβάνουν την παραγγελία του. Δημιουργούν το τσαγκάρικο μέσα στην τάξη με τη βοήθεια των χάρτινων κατασκευών, καταγράφουν τις ποσότητες των παπουτσιών κυρίως με αριθμητικά συμβολα και κρεμούν τις παραγγελίες τους, και ενώ η ερευνήτρια προτείνει και την αναπαράσταση με μη συμβατικούς συμβολισμούς, ώστε να συνδεθεί ο αριθμός με την ποσότητα που συμβολίζει. Όπως φαίνεται από το απόσπασμα διαλόγου, η αλληλεπίδραση με την ερευνήτρια οδηγεί στην ανάγκη για τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων με συμβατικούς και μη συμβολισμούς (τρίτο απόσπασμα διαλόγου).

Τρίτο απόσπασμα διαλόγου (Ανάπτυξη μορφών γραφικών αναπαραστάσεων):

E: Πόσα πόδια έχει το ζώο σας;

Y₈ και Y₁₄: Τέσσερα

E: Πώς βρήκατε ότι έχει τέσσερα;

Y₈: Να, ένα... δύο... τρία ... τέσσερα (μετράει με τα δείχνοντας με το δάχτυλο).

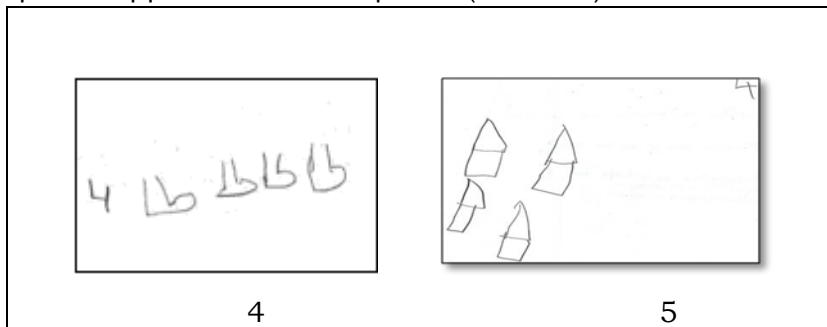
E: Πώς μπορείτε να γράψετε την παραγγελία σε αυτό το χαρτί για να ξέρει ο τσαγκάρης πόσα παπούτσια να κατασκευάσει για την γάτα;

Y₈ και Y₁₄: Να γράψουμε τον αριθμό.

E: Ναι, να τον γράψετε. Αν όμως ο τσαγκάρης δεν ξέρει τους αριθμούς, πως θα γνωρίζει πόσα είναι τα τέσσερα παπούτσια;

Οι μαθητές χρησιμοποιούν εδώ δύο τρόπους καταγραφής: το συμβατικό με την παράλληλη αναπαράσταση των αντικειμένων (γράφουν με αριθμητικό συμβολισμό την παραγγελία του ζώου και, προκειμένου να την κατανοήσει ο Άρης ο Τσαγκάρης, σχεδιάζουν την

ποσότητα που είναι αντίστοιχη του αριθμού, εικόνα 4) αλλά και την αναπαράσταση μόνο των αντικειμένων (εικόνα 5).



Εικόνες 4 και 5. Μορφές αναπαράστασης ποσοτήτων

3η Δραστηριότητα:

-*Σκοπός:* Η πρόσθεση μικρών ποσοτήτων.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Μια άλλη μέρα ήρθε στο τσαγκάρικο ένα γάτος και παράγγειλε τέσσερα παπούτσια. Αμέσως μετά μια κότα επισκέπτεται τον τσαγκάρη και ζητά να της φτιάξει δύο παπούτσια».

-*Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:*

- *Ερώτηση 1η:* «Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο Άρης ο τσαγκάρης για το γάτο;»
- *Ερώτηση 2η:* «Πόσα παπούτσια έφτιαξε για την κότα;»
- *Ερώτηση 3η:* «Πόσα παπούτσια έφτιαξε όλα μαζί και για το γάτο και για την κότα;»

Η ερευνήτρια προτρέπει ένα μαθητή να κρεμάσει στη γωνιά του τσαγκάρικου τα ζώα που αναφέρθηκαν, ώστε οι μαθητές να βλέπουν τα πόδια τους. Στη συνέχεια καλεί τους μαθητές να σημειώσουν στο φύλλο εργασίας τους τις ποσότητες των παπουτσιών που αναφέρθηκαν στη διήγηση και να βρουν το σύνολο. Οι γραφικές αναπαραστάσεις των ποσοτήτων αποδεικνύονται ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τη διευθέτηση των ποσοτήτων. Συχνά οι μαθητές στην αναπαράσταση των ποσοτήτων χρησιμοποιούν μικτούς τρόπους αναπαράστασης που περιλαμβάνουν μη συμβατικά σύμβολα, όπου κάθε σύμβολο

αντιστοιχίζεται σε ένα παπούτσι και συμβατικά αριθμητικά σύμβολα. Για παράδειγμα, η χρήση των καταγραφών που γίνεται από το υποκείμενο Y4 οδηγεί σε επιτυχή αντιμετώπιση του προβλήματος (τέταρτο απόσπασμα διαλόγου).

Τέταρτο απόσπασμα διαλόγου. (Μορφές αποτελεσματικής καταγραφής δεδομένων):

E: Πόσα παπούτσια έφτιαξε ο τσαγκάρης για το γάτο;

Y4: Τέσσερα.

E: Γιατί έφτιαξε τέσσερα παπούτσια;

Y4: Γιατί έχει τέσσερα πόδια.

E: Για την κότα πόσα παπούτσια έφτιαξε;

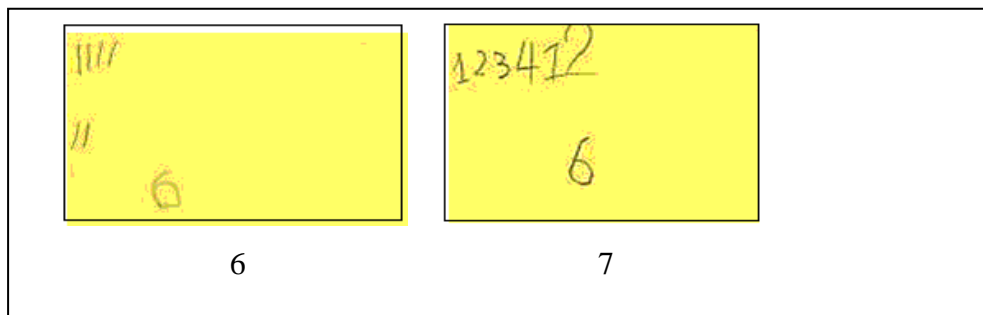
Y4: Δύο.

E: Πόσα παπούτσια έφτιαξε και για τα δύο ζώα μαζί;

Y4: Έξι.

E: Μπορείς να βοηθήσεις τον τσαγκάρη να σημειώσει την παραγγελία;

Ο μαθητής σημειώνει τέσσερις (4) γραμμές για το γάτο και δύο γραμμές για την κότα (εικόνα 6). Απαριθμεί τις γραμμές και σημειώνει το αριθμητικό αποτέλεσμα με αριθμητικό σύμβολο. Μια μορφή μικτής αναπαράστασης ποσοτήτων είναι και η καταγραφή της εικόνας 7 (Y1), όπου το υποκείμενο χρησιμοποιεί τα σύμβολα των αριθμών με τη συμβατική τους χρήση αλλά και σε μια αντιστοίχιση ένα-προς-ένα, δηλαδή ένα σύμβολο για κάθε αριθμό. Τέλος, ένας άλλος τρόπος καταγραφής είναι η χρήση μη συμβατικών συμβόλων, όπως στην περίπτωση του υποκειμένου Y13 στην εικόνα 3 προηγούμενα.



Εικόνες 6 και 7. Αποτελεσματικοί τρόποι καταγραφής

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα αρκετά προνήπια (π.χ. Υ16, Υ3, Υ12, Υ18) δυσκολεύονται να αναπαραστήσουν νοητά τις ποσότητες, οπότε η προσφυγή στην εικονογράφηση είναι αναγκαία, όπως φαίνεται και στο επόμενο (πέμπτο) απόσπασμα διαλόγου

Πέμπτο απόσπασμα διαλόγου. (Δυσκολίες στην νοητή αναπαράσταση των ποσοτήτων):

E: Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης για το γάτο;

Υ16: Να θυμηθώ...

E: Μπορείς να κοιτάξεις τη γάτα στο τσαγκάρικο. Πόσα πόδια έχει;

Υ16: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε.

E: Μπορείς να μετρήσεις άλλη μια φορά;

Υ16: ...

Ο ερευνητής μαζί με το μαθητή απαριθμούν τα πόδια του γάτου.

E: Για την κότα πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης;

Υ16: (Ο μαθητής απαριθμεί τα πόδια) Δύο.

E: Μπορείς να μου πεις πόσα παπούτσια έφτιαξε όλα μαζί;

Ο μαθητής δε δίνει απάντηση και η ερευνήτρια προτείνει τη γραφική καταγραφή των ποσοτήτων.

E: Μπορείς να γράψεις με όποιον τρόπο εσύ θέλεις πόσα παπούτσια έφτιαξε ο Άρης για τη γάτα;

Ο μαθητής σχεδιάζει τέσσερεις γραμμές.

E: Για την κότα;

Ο μαθητής σχεδιάζει άλλες δύο γραμμές.

E: Τώρα μπορείς να μας πεις πόσες είναι οι όλες μαζί οι γραμμές;

Y16: (Απαριθμεί) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι.

E: Πώς θα το γράψεις το έξι;

Y16: Δε θυμάμαι πώς να το γράψω. Θέλω να δω τον αριθμό, για να το γράψω.

4η Δραστηριότητα:

-*Σκοπός:* Η διερεύνηση της ικανότητας των μαθητών να ανταποκριθούν σε πράξεις αφαίρεσης. Επίσης, η διερεύνηση της αντίληψης των μαθητών για την έννοια του μηδενός.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Ένα πρωινό επισκέφτηκε τον τσαγκάρη ένας πελαργός και παράγγειλε ένα αθλητικό παπούτσι για το ένα του πόδι. Την ίδια μέρα το μεσημέρι πήγε μια πάπια και του ζήτησε δύο γοβάκια και το απόγευμα ένας γάτος παράγγειλε από τον τσαγκάρη τέσσερεις μπότες. Ο τσαγκάρης κάθισε το βράδυ στο τσαγκάρικο, για να φτιάξει τα παπούτσια που του ζήτησαν τα ζώα».

-*Ερωτήσεις της ερευνητριας προς τους μαθητές:*

- *Ερώτηση 1η:* «Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης εκείνο το βράδυ και για τα τρία ζώα;»

- *Ερώτηση 2η:* «Η πάπια πήγε στο τσαγκάρικο και πήρε τα δύο παπούτσια της. Πόσα έμειναν;»

- *Ερώτηση 3η:* «Αμέσως μετά εμφανίστηκε ο πελαργός και πήρε το ένα παπούτσι που παράγγειλε. Πόσα παπούτσια απόμενουν τώρα στο τσαγκάρικο;»

- *Ερώτηση 4η:* «Τέλος, εμφανίστηκε και ο γάτος και πήρε τις τέσσερεις μπότες του. Πόσα παπούτσια έμειναν τώρα στο μαγαζί; Μπορείτε να σημειώσετε τον αριθμό;»

Στο μέρος της απαρίθμησης του συνόλου των παπουτσιών η πλειονότητα των μαθητών ανταποκρίνεται, συνήθως απαριθμώντας ένα-ένα τα παπούτσια. Στην περίπτωση ενός μαθητή (Y16) η απάντησή

του είναι άμεση και χωρίς αποτέλεσμα απαρίθμησης. Παρά το γεγονός ότι δίνει λανθασμένη απάντηση («οκτώ»), δείχνει να έχει αίσθηση των μεγεθών, γεγονός που διαπιστώσαμε και σε άλλες απαντήσεις του συγκεκριμένου υποκειμένου. Όταν η ερευνήτρια καλεί να υπολογίσει τη συνολική ποσότητα, το παιδί προσφεύγει στη χρήση των δακτύλων και διορθώνει το λάθος (έκτο απόσπασμα διαλόγου).

Έκτο απόσπασμα διαλόγου. (Πρόσθεση με χρήση των δακτύλων):

E: Πόσα είναι όλα μαζί τα παπούτσια στο τσαγκάρικο;

Y16: Οκτώ.

E: Μπορείς να τα μετρήσεις, για να δούμε αν είναι οκτώ;

Y16: (Το υποκείμενο προσφεύγει στη χρήση των δακτύλων) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά. Είναι επτά.

Οι διαδοχικές αφαιρέσεις των ποσοτήτων (ερωτήσεις 2-4) διευκολύνονται από το εκπαιδευτικό υλικό και τις σημειώσεις των μαθητών, όπως φαίνεται και στο επόμενο (έβδομο) απόσπασμα διαλόγου. Ενώ αρχικά δίνονται ιδιοσυγκρασιακές απαντήσεις που δεν ανταποκρίνονται στις πραγματικές ποσότητες, όταν το υποκείμενο προσφεύγει στο συγκεκριμένο υλικό, δίνει σωστές απαντήσεις. Να σημειώσουμε ότι κάθε φορά που ένα ζώο παίρνει τα παπούτσια του από το μαγαζί, τότε κατεβαίνει και η φωτογραφία του ζώου.

Έβδομο απόσπασμα διάλογου. [Το μηδέν ως απουσία ποσότητας («κανένα»)]:

E: Όταν η πάπια πήρε τα δύο παπούτσια της, πόσα έμειναν στο τσαγκάρικο;

Y2: Τέσσερα.

E: Μπορείς να κρεμάσεις πάλι τα ζώα και να μετρήσεις, για να είσαι σίγουρη.

Η μαθήτρια κρεμάει ξανά τις εικόνες των ζώων.

E: Πόσα είναι όλα μαζί τα παπούτσια;

Y2: (Απαριθμεί) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά.

E: Η πάπια ήρθε και πήρε τα δύο γοβάκια της. Πόσα έμειναν τώρα;

Το νήπιο κατεβάζει από το τσαγκάρικο την πάπια και «σβήνει» (με X) τις δύο γραμμούλες που αντιστοιχούσαν στα παπούτσια της πάπιας.

Y2: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε.

E: Στη συνέχεια ήρθε ο πελαργός και πήρε το ένα παπούτσι του και φεύγει. Πόσα παπούτσια έμειναν τώρα;

Y2: (Ακολουθείται η ίδια διαδικασία της διαγραφής) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.

E: Ήρθε και ο γάτος και πήρε τα τέσσερα δικά του. Πόσα παπούτσια έμειναν στο μαγαζί;

Y2: Κανένα.

Η ερευνήτρια βασίζεται στην προηγούμενη απάντηση, για να διερευνήσει αν οι μαθητές γνώριζαν το σύμβολο του μηδενός (όγδοο απόσπασμα διαλόγου).

Όγδοο απόσπασμα διαλόγου. (Γνωριμία με το αριθμητικό σύμβολο του μηδενός):

E: Μήπως γνωρίζετε να μου πείτε πως σημειώνουμε το «κανένα»;

Y8: Μηδέν.

E: Γνωρίζει κάποιος πώς γράφεται το μηδέν;

Y5: Είναι ένα κουλουράκι.

Ο μαθητής σηκώνεται και σημειώνει στον πίνακα το σύμβολο του μηδενός.

5η Δραστηριότητα:

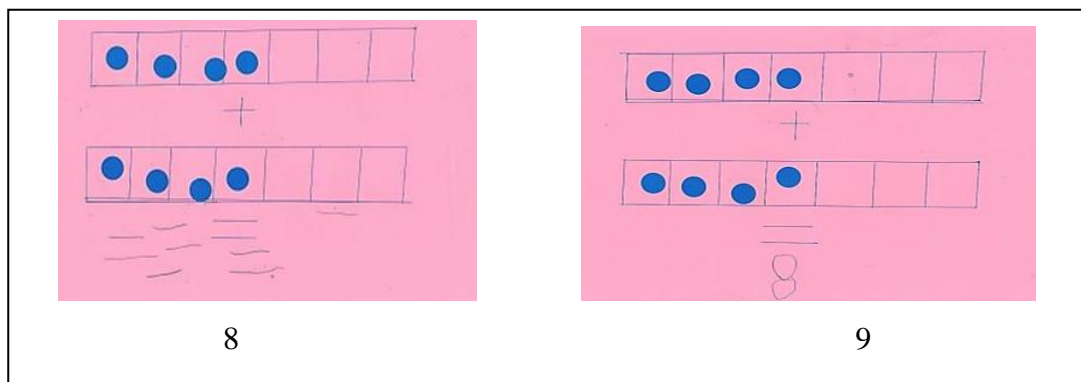
-*Σκοπός:* Η επίλυση προβλήματος πρόσθεσης και η εισαγωγή στον μαθηματικό συμβολισμό. Συγκεκριμένα προτάθηκε η χρήση του «+» για την πρόσθεση δύο ποσοτήτων και το «=» για το σύνολο της ποσότητας που προκύπτει από την πρόσθεση.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Ένα πρωινό επισκέφτηκαν τον τσαγκάρη ένας γάτος με τη γυναίκα του τη γάτα και ζήτησαν από τον τσαγκάρη να τους φτιάξει παπούτσια. Έφυγαν όμως βιαστικά και ξέχασαν να του πουν πόσα θέλουν. Ο τσαγκάρης τους έφτιαξε 10 παπούτσια».

-Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:

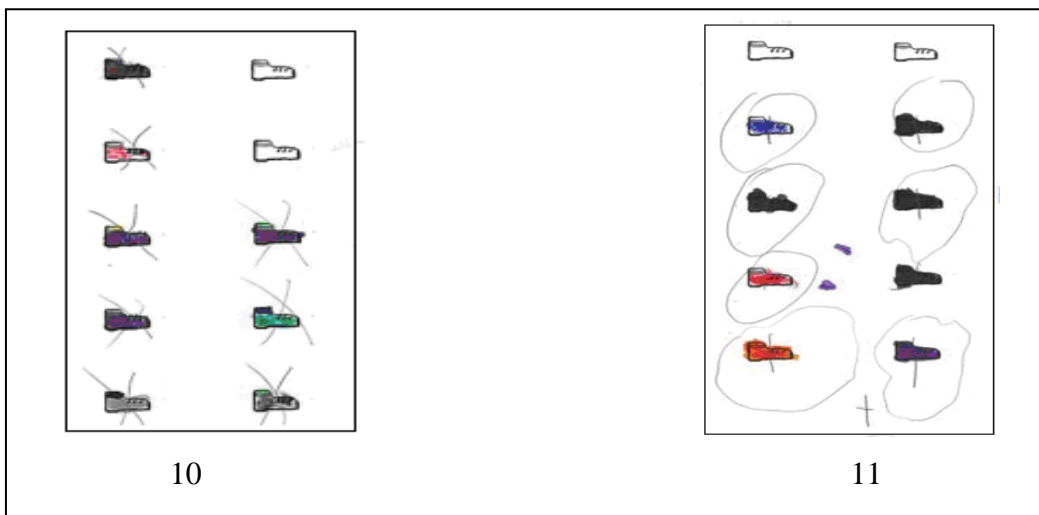
- Ερώτηση 1^η: «Πόσα παπούτσια χρειάζεται η κάθε γάτα;»
- Ερώτηση 2^η: «Πόσα παπούτσια χρειάζονται και οι δύο γάτες μαζί;»
- Ερώτηση 3^η: «Ο τσαγκάρης έφτιαξε πιο πολλά ή πιο λίγα παπούτσια;»

Εδώ, για την αναπαράσταση των ποσοτήτων (ερωτήσεις 1^η και 2^η), προτάθηκε η επικόλληση αυτοκόλλητων σε ταινίες με τετράγωνα (εικόνες 8 και 9). Οι μαθητές εξοικειώθηκαν γρήγορα με τη νέα μορφή αναπαράστασης, χρησιμοποιώντας άλλες φορές με ασυνεπή τρόπο το μαθηματικό συμβολισμό, όπως στην περίπτωση της εικόνας 8, όπου η συνολική ποσότητα σημειώνεται με γραμμές, ενώ σε άλλες περιπτώσεις (π.χ. εικόνα 9) γίνεται συνεπής χρήση του συμβολισμού.



Εικόνες 8 και 9. Εισαγωγή στο μαθηματικό συμβολισμό

Για τη σύγκριση των παπουτσιών που έφτιαξε ο τσαγκάρης και των παπουτσιών που χρειάζονταν οι δύο γάτες (ερώτηση 3^η) προτάθηκε ως βοηθητικό υλικό φωτοτυπίες, όπου τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν τη διαφορά των δύο μεγεθών. Τα παιδιά δείχνουν αρκετά εξοικειωμένα με τη χρήση του εκπαιδευτικού υλικού και βρίσκουν τη διαφορά συνήθως σημειώνοντας τα παπούτσια που θα χρησιμοποιηθούν (εικόνες 10 και 11).



Εικόνες 9 και 10. Σύγκριση ποσοτήτων

8. Συμπεράσματα

Τα ευρήματα της έρευνας μας οδηγούν στα εξής συμπεράσματα:

- Οι μαθητές βρήκαν ιδιαίτερα ελκυστική τη διήγηση και αποδέχτηκαν με ευχαρίστηση τις συμβάσεις που εμπεριέχονται σ' αυτή, ειδικότερα αυτές που σχετίζονται με το αριθμητικό μέρος. Η επίλυση των προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης που εμπειρείκαν οι διηγήσεις βασίστηκε σε μεγάλο βαθμό στη χρήση των γραφικών καταγραφών των ποσοτήτων που χρησιμοποίησαν οι μαθητές. Η χρήση των καταγραφών ήταν αποτέλεσμα της συστηματικής διδακτικής παρέμβασης της ερευνήτριας που ενθάρρυνε στα παιδιά και τους έκανε υποδείξεις
- Στη διάρκεια της διδασκαλίας διαπιστώθηκε μια βαθμιαία εξοικείωση των μαθητών με τις πρακτικές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων και στην επεξεργασία λειτουργικών και αποτελεσματικών τρόπων καταγραφής. Μάλιστα, οι μαθητές σταδιακά οδηγούνταν από τη χρήση μη συμβατικών μορφών αναπαράστασης στη χρήση συμβατικών συμβόλων, καθώς και στη χρήση ειδικών συμβόλων, όπως του «+», του «=» και του μηδενός.

- Οι μαθητές που αντιμετώπιζαν δυσκολίες στην εκτέλεση νοητών πράξεων, και ήταν κυρίως οι μικρότεροι ηλικιακά μαθητές του δείγματος, μπόρεσαν να ανταποκριθούν στα προβλήματα, προσφεύγοντας στις γραφικές αναπαραστάσεις.

Τελικά, η χρήση της Λογοτεχνίας για Παιδιά που έχει μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να δημιουργήσει κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο και να νοηματοδοτήσει την εισαγωγική διδασκαλία μαθηματικών εννοιών. Επίσης, σημαντικό εργαλείο στην αποτελεσματική επίλυση προβλήματος μπορεί να αποτελέσει η εξοικείωση των μαθητών με πρακτικές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων και μαθηματικών σχέσεων. Οι γραφικές αναπαραστάσεις διευκολύνουν την παιδική μνήμη, βοηθούν στην κατανόηση της συμβατικής χρήσης των συμβόλων, δημιουργούν προϋποθέσεις ώστε τα παιδιά να αναστοχάζονται πάνω στις ενέργειές τους και τα εξοικειώνουν με μορφές αναπαράστασης, μαθαίνουν να αναπαριστούν τις σχέσεις μεταξύ αντικειμένων.

Ευχαριστίες

Η παρούσα έρευνα είχε τη στήριξη των υποτροφιών «Ανδρέας Μεντζελόπουλος» που δίνονται σε προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές του Πανεπιστημίου Πατρών και χρηματοδοτούνται από την οικογένεια του Ανδρέα Μεντζελόπουλου.

Βιβλιογραφία

- Burns, M. (1985). The role of questioning. *The Arithmetic Teacher*, 32(6), 14-17.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston, Lancaster.
- Lepik, M. (1990). Algebraic word problems: Role of linguistic and structural variables. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 82-90.

- Maher, C. A. (2005). How students structure their investigations and learn mathematics: Insights from a long-term study. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 1–14.
- Maher, C. A., & Martino, A. M. (1992). Individual thinking and the indegrassion of the ideas of others in problem solving situations. In W. Geeslin, J. Ferrini-Mundy, & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 72-79). Durham, NH: University of New Hampshire.
- Martino, A.M. & Maher, C.A. (1999). Teacher Questioning to Promote Justification and Generalization in Mathematics: What Research Practice Has Taught Us. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 53-78.
- Mercer N. (2000). *Η συγκρότηση της γνώσης. Γλωσσική αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικών και εκπαιδευομένων*. Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, 20(6): 507-528
- Scherer, P., & Steinbring, H. (2006). Noticing Children’s Learning Processes-Teachers Jointly Reflect on their own Classroom Interaction for Improving Mathematics Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9: 157-185.
- Shiakalli, M.A., & Zacharos, K. (2012). The contribution of external representations in pre-school mathematical problem solving. *International Journal of Early Years Education*, 20(4), 315-331.
- Vygotsky, L.S. (1978) *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

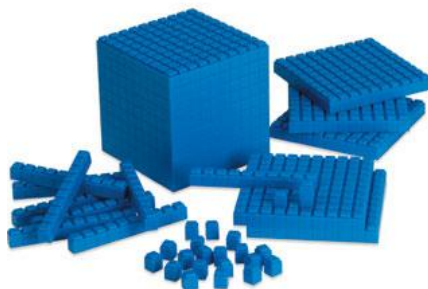
- Whitin, P. & Whitin, D. (2001). Using Literature to invite mathematical representations. In A. Cuoco & F. Curcio (eds.) *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 228-237). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- Wood, T. (1998). Funneling or focusing? Alternative patterns of communication in mathematics class. In H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi, A. Sierpinska (eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.
- Zacharos, K., Antonopoulos, K., and Ravanis, K. (2011). Activities in mathematics education and teaching interactions. The construction of the measurement of capacity in preschoolers. *European Early Childhood Education Research Journal* , 19(4): 451-468.
- Ζαχάρος, Κ (2013). *Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση. Θεωρητικές Προσεγγίσεις και Πρακτικές Εφαρμογές*. Αθήνα: Καμπύλη.
- Παπαδάτος, Γ. & Πολίτης, Δ. (2008). Λογοτεχνία, Μαθηματικά και Φιλαναγνωσία. Στο Κατσίκη-Γκίβαλου Α. Καλογήρου Τ. και Χαλκιάδακη Α. (επιμ.), *Φιλαναγνωσία και σχολείο* (65-79). Αθήνα: Πατάκης,
- Πολίτης, Δ. (2009). Μαθηματικά και Λογοτεχνία για Παιδιά: Η «Κατάρα» της Μαθηματικής Σκέψης και η Μυθοπλαστική Υπέρβασή της. Στο *Μαθηματικά και Ανθρωπιστικές Επιστήμες*, Αθήνα, 6, 7 και 8 Νοεμβρίου 2008, σελ. 612-629, Αθήνα: Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ.
- Τριβιζάς, Ε. (2004). *Άρης ο Τσαγκάρης*. Αθήνα: Μίνωας.

dionysia-aggel@hotmail.com;
 zacharos@upatras.gr;
 dimpolit@upatras.gr

**ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ**

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



**Πρακτικά 12^{ου} Διημέρου Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
25 & 26 Απριλίου 2014**

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΩΓΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ**

ΑΘΗΝΑ

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ (Επιμέλεια)

Έκδοση CD-ROM

Τμήμα Εκπαίδευσης & Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ναυαρίνου 13^α, 106 80 Αθήνα

ΑΘΗΝΑ 2014

ISBN 978-618-80640-2-7

© Δημήτρης Χασάπης για την παρούσα συλλογή

Οι συγγραφείς για τα κείμενα τους

Η εικόνα του εξωφύλλου: Τα στερεά αριθμητικής του Dienes

Στο ΔΙΗΜΕΡΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ παρουσιάζονται μόνον πρωτότυπες εργασίες, οι οποίες εντάσσονται στο σχετικό θέμα του συνεδρίου, δεν έχουν παρουσιαστεί σε άλλο συνέδριο, δεν έχουν δημοσιευτεί σε άλλο περιοδικό ή βιβλίο και ανταποκρίνονται στις διεθνώς καθιερωμένες απαιτήσεις της επιστημονικότητας.

Η Επιστημονική Επιτροπή διατηρεί το δικαίωμα επιλογής των υποβαλλόμενων εισηγήσεων με βάση εκτεταμένες περιλήψεις τους και φροντίζει για την αξιολόγηση των πλήρων κειμένων τους πριν την συμπερίληψή τους στα Πρακτικά του Δημέρου.

Για την αξιολόγηση τους, τα κείμενα των εισηγήσεων αποστέλλονται, ανώνυμα, σε δύο (2) κριτές από κατάλογο ειδικών για το εκάστοτε θέμα του Δημέρου επιστημόνων, στον οποίο συμπεριλαμβάνονται και τα μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής.

Η αναδημοσίευση εισηγήσεων, οι οποίες έχουν δημοσιευτεί στα Πρακτικά του Δημέρου απαιτεί άδεια του Επιμελητή της έκδοσης.

1. Η συνεισφορά της Λογοτεχνίας για Παιδιά στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών

Τα τελευταία χρόνια η μαθηματική εκπαίδευση δίνει ιδιαίτερη έμφαση στο ρόλο του επικοινωνιακού πλαισίου για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών σε χαμηλές σχολικές βαθμίδες (Zacharos et. al 2011, Ζαχάρος 2013). Σημαντικό ρόλο στη δημιουργία κατάλληλου πλαισίου διαδραματίζει η χρήση της Λογοτεχνίας για Παιδιά.

Η σχέση της Λογοτεχνίας με τα Μαθηματικά εντάσσεται στο ευρύτερο πλαίσιο σύνδεσης της Λογοτεχνίας με τις Επιστήμες, με αξιόλογες συγγραφικές παραγωγές προς αυτή την κατεύθυνση. Στην ονομαζόμενη «Μαθηματική Λογοτεχνία» ανήκουν λογοτεχνικά βιβλία, τα οποία οικοδομούν την πλοκή τους πάνω σε μύθους και διδακτικά κείμενα ή πάνω σε προσωπικές εμπειρίες και βιώματα μαθηματικών προσωπικοτήτων, καθώς και σε βιβλία που περιγράφουν μαθηματικά προβλήματα και μαθηματικές σχέσεις (Παπαδάτος & Πολίτης 2008).

Ειδικότερα, τα λογοτεχνικά βιβλία για παιδιά, όπου στη μυθοπλασία διεισδύουν μαθηματικές έννοιες και πρακτικές, παρουσιάζουν πολλαπλό ενδιαφέρον που πιστοποιείται από ένα μεγάλο, συνεχώς αυξανόμενο και σε ευρωπαϊκό επίπεδο, αριθμό τίτλων. Τα εν λόγω βιβλία φαίνεται ότι 'ξορκίζουν' την 'κατάρα' της μαθηματικής σκέψης, αξιοποιώντας δημιουργικά το μαθηματικό συλλογισμό στην εξερεύνηση των πολλαπλών δυνατοτήτων ενός ολόκληρου κόσμου που στηρίζεται ουσιαστικά σε λογοτεχνικές συμβάσεις.

Τα λογοτεχνικά κείμενα για παιδιά ενοποιούν αφηγηματικά, τις 'δύσκολες' μαθηματικές έννοιες και πρακτικές με τις ευχάριστες μυθοπλαστικές συμβάσεις (Πολίτης 2009).

Μέσω της μυθοπλασίας τα βιβλία αυτά στοχεύουν στην εξοικείωση των αναγνωστών τους με μαθηματικές έννοιες και πρακτικές, συσχετίζουν το νοητό με το συγκεκριμένο και μέσα από πολύ ενδιαφέρουσες τεχνικές συνεισφέρουν στην υπέρβαση των δυσκολιών.

Η οικειοποίηση της μαθηματικής γνώσης γίνεται εφικτή μέσα από διδακτικές προσεγγίσεις που δεν καταφέρνουν να αποκρύψουν την πρόθεσή τους, επιδιώκοντας να δείξουν στον αναγνώστη ότι τα μαθηματικά και οι μαθηματικές πρακτικές μπορεί να μας βοηθήσουν στην κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει (Πολίτης 2009).

Συμπερασματικά, η Λογοτεχνία για Παιδιά που περιλαμβάνει ιστορίες με μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να κινητοποιήσει το ενδιαφέρον των παιδιών για μαθηματικές πράξεις και να προσδώσει νόημα στις προτεινόμενες για διδασκαλία μαθηματικές έννοιες (Whitin & Whitin 2001). Επιπλέον, ενθαρρύνει τα παιδιά να προβάλουν τις ιδέες τους, να αναπτύξουν την ευρηματικότητά τους και να επινοήσουν τρόπους χειρισμού μαθηματικών προβλημάτων.

Σκοπός της έρευνας, της οποίας τα ευρήματα παρουσιάζονται εδώ, είναι η διερεύνηση της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης από μαθητές προσχολικής ηλικίας, μέσα στο αφηγηματικό πλαίσιο ενός παραμυθιού.

2. Σύγχρονες αντιλήψεις για την αντιμετώπιση των λεκτικών προβλημάτων των μαθητών

Οι σύγχρονες προσεγγίσεις της επίλυσης ενός λεκτικού προβλήματος δίνουν έμφαση στη εννοιολογική κατανόησή του πριν από την έναρξη επίλυσης. Η επιτυχής επίλυσή του απαιτεί την κατασκευή ενός εννοιολογικού μοντέλου του προβλήματος και την ένταξη της επίλυσης σ' αυτό το μοντέλο, ενώ η ποιότητα του εννοιολογικού μοντέλου επηρεάζει ουσιαστικά τη δυνατότητα επίλυσης. Τα εννοιολογικά μοντέλα είναι νοητικές αναπαραστάσεις των πληροφοριών που εμφανίζονται στο πρόβλημα και περιέχουν σημασιολογικές πληροφορίες και δεδομένα που περιέχονται στο πρόβλημα, καθώς και διαδικασίες για την επίλυση (Lepik 1990).

Η προσέγγιση των ερευνητών που εντάσσονται στην κοινωνικο-πολιτιστική προοπτική (π.χ. Vygotsky 1978, Mercer 2000, Mercer & Sams 2006) υποστηρίζει ότι η γλώσσα είναι ψυχολογικό και πολιτισμικό εργαλείο για τη μάθηση και τη γνωστική ανάπτυξη των ατόμων.

Στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων οι μαθητές χρησιμοποιούν τη φυσική γλώσσα που διατυπώνονται τα λεκτικά προβλήματα, καθώς και τη γλώσσα των μαθηματικών, όπως τα σύμβολα και οι πράξεις (νοητές ή μη), στην οποία πρέπει "να μεταφραστούν" οι σχέσεις που περιγράφονται στο πρόβλημα. Η μετάφραση από τη φυσική γλώσσα απαιτεί την κατανόηση πολλών πλευρών του λόγου, όπως του

συντακτικού της γλωσσικής διατύπωσης, της σημασίας του κειμένου, καθώς και των πραγματολογικών στοιχείων που αναφέρονται στο πρόβλημα. Συνεπώς, η κατανόηση της φυσικής γλώσσας με την οποία διατυπώνονται τα λεκτικά προβλήματα είναι μια σημαντική πλευρά της επίλυσης προβλήματος. Η ερμηνεία και το συγκεκριμένο περιεχόμενο του κειμένου επηρεάζεται, ιδιαίτερα στην προσχολική και στην πρώτη σχολική βαθμίδα, από το επικοινωνιακό πλαίσιο της διδασκαλίας που νοηματοδοτεί τις προσφερόμενες πληροφορίες.

3. Η τεχνική των ερωτήσεων

Οι ερωτήσεις που υποβάλλονται από τους/τις εκπαιδευτικούς κατά τη διδασκαλία έχουν, επίσης, πολλαπλή εκπαιδευτική αξία (Maher & Martino 1992, Martino & Maher 1999, Wood 1998, Maher 2005, Scherer & Steinbring 2006). Αρχικά, μέσω των ερωτήσεων, ο εκπαιδευτικός μπορεί να έχει μια εικόνα για τις γνώσεις των μαθητών του. Επιπλέον, κατάλληλες ερωτήσεις μπορεί να οδηγήσουν την εστίαση της προσοχής των μαθητών σε ειδικές πτυχές των εξεταζόμενων μαθηματικών εννοιών και να προκαλέσουν αιτιολογημένες απαντήσεις. Συμπερασματικά, οι ερωτήσεις είναι μια σημαντική πτυχή της παρέμβασης του/της εκπαιδευτικού. Δημιουργεί μια εκπαιδευτική ατμόσφαιρα στην τάξη που συμβάλλει στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης, μέσω της προτροπής για προβλέψεις, την αιτιολόγηση απόψεων, τη διατύπωση γενικεύσεων, την ανάπτυξη εναλλακτικών προσεγγίσεων, την επιδίωξη συναίνεσης της τάξης για τις πλέον πρόσφορες λύσεις. Με τον τρόπο αυτό, αντί να υιοθετείται η αποδοχή μιας μοναδικής απάντησης, διευρύνονται τα πεδία πειραματισμού και διερεύνησης (Burns 1985).

4. Η συνεισφορά των γραφικών αναπαραστάσεων ποσοτήτων

Τα σύγχρονα Αναλυτικά Προγράμματα διδασκαλίας μαθηματικών ενθαρρύνουν τους μαθητές στην καταγραφή δεδομένων με σημειώσεις, σχήματα και σύμβολα. Ήδη από την Προσχολική Εκπαίδευση προτείνεται ο εμπλουτισμός των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με πρακτικές καταγραφών που βοηθούν τα παιδιά στην κατανόηση της λειτουργίας των συμβόλων και των γραφικών αναπαραστάσεων.

Μέσα από τέτοιες πρακτικές οι μαθητές αρχίζουν να αντιλαμβάνονται τις γραφικές αναπαραστάσεις ως ένα αναπόσπαστο και χρήσιμο εργαλείο της μαθηματικής επιστήμης, το οποίο συνεισφέρει στη μαθηματική τυποποίηση και διευκολύνει την ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού (Shiakalli & Zacharos 2012).

Στη μαθηματική εκπαίδευση τα παιδιά καλούνται συχνά να καταγράφουν ποσοτικά ή χωρικά δεδομένα και να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων. Επιπλέον, συχνά πρέπει να ερμηνεύουν τα σύμβολα και να έχουν τη δυνατότητα να τα χρησιμοποιούν λειτουργικά. Αυτό σημαίνει τη δυνατότητα της αναδιοργάνωσης, της μετάφρασης και του μετασχηματισμού σχετιζόμενων δεδομένων σε μορφές που απαντώνται στη μαθηματική επιστήμη. Η διαδικασία αυτή σχετίζεται με μορφές μαθηματοποίησης (mathematizing) που, σύμφωνα με τον Freudenthal (1973), περιγράφονται ως η δυνατότητα οργάνωσης και αποτύπωσης των εμπειριών σε τυποποιημένο μαθηματικό λόγο.

5. Ερευνητικά ερωτήματα

Τα ειδικότερα ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρείται να διερευνηθούν στην παρούσα έρευνα είναι τα εξής:

- Μπορεί η Λογοτεχνία για Παιδιά που εμπεριέχει μαθηματικές έννοιες να δημιουργήσει το κατάλληλο πλαίσιο για την επιτυχή ενασχόληση μαθητών Προσχολικής Εκπαίδευσης με προβλήματα πρόσθεσης και αφαιρέσης μικρών ποσοτήτων;
- Η εξοικείωση των μαθητών με πρακτικές μεταφορές μαθηματικών δεδομένων, τα οποία περιγράφονται λεκτικά, σε γραφικές αναπαραστάσεις μπορεί να συνεισφέρει στην επίλυση προβλήματος;

6. Μέθοδος

Το δείγμα

Στην έρευνα πήραν μέρος 15 μαθητές ενός δημόσιου Νηπιαγωγείου από την περιοχή της Πάτρας. Οι μαθητές ήταν νήπια ηλικίας 5-5,5 ετών και προνήπια 4,5-5 ετών. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε το

σχολικό έτος 2012-13, μήνα Απρίλιο, ώστε οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με την αριθμηση και τον αριθμητικό συμβολισμό.

Η διαδικασία

Για την επίτευξη των στόχων της έρευνας υλοποιήθηκαν πέντε μαθηματικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μιας σχολικής εβδομάδας. Το μαθηματικό περιεχόμενο των προβλημάτων απαιτούσε πράξεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, καθώς και σύγκριση μικρών ποσοτήτων. Το επικοινωνιακό πλαίσιο εισαγωγής των προβλημάτων βασίστηκε στο παραμύθι του Ευγένιου Τριβιζά με τίτλο *Ο Άρης ο Τσαγκάρης* (2004), το οποίο διαρθρώθηκε σε μικρές, σχετικά αυτόνομες, διηγήσεις για τις ανάγκες της διδασκαλίας, ενώ κάθε διήγηση εισήγαγε ένα μαθηματικό πρόβλημα.

Στο τέλος κάθε επιμέρους διήγησης η ερευνήτρια/νηπιαγωγός διατύπωνε κατάλληλες ερωτήσεις. Σκοπός κάποιων ερωτήσεων ήταν να διαπιστωθεί αν οι μαθητές κατανόησαν τα πραγματολογικά στοιχεία της διήγησης, ενώ άλλες καθοδηγούσαν τους μαθητές στο μαθηματικό ζητούμενο του προβλήματος.

Για την ενίσχυση του επικοινωνιακού πλαισίου, επιχειρήθηκε μια δραματοποιημένη παρουσίαση του παραμυθιού. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε μια χάρτινη κατασκευή που αναπαριστούσε το τσαγκάρικο του Άρη του Τσαγκάρη, χάρτινες φιγούρες των ζώων, καθώς και χάρτινες κατασκευές των «παπουτσιών» τους που αναφέρονταν στη διήγηση. Ανάλογα με το αφηγηματικό πλαίσιο, οι μαθητές σημείωναν παραγγελίες, απαριθμούσαν και κρατούσαν σημειώσεις. Το ερευνητικό υλικό που αποτέλεσε αντικείμενο ανάλυσης προήλθε από τις προφορικές απαντήσεις των μαθητών που μαγνητοφωνήθηκαν, από τις γραπτές καταγραφές των μαθητών, καθώς και από τις σημειώσεις της ερευνήτριας.

7. Ανάλυση ευρημάτων

Στην ανάλυση των ευρημάτων που παρατίθεται εδώ γίνεται μια ενδεικτική παρουσίαση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης, παρατίθενται μορφές αλληλεπίδρασης του/της νηπιαγωγού με τους

μαθητές, ενώ σχολιάζονται οι στρατηγικές επίλυσης που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές.

• **1η Δραστηριότητα:**

-*Σκοπός:* Η εξοικείωση των μαθητών με μορφές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Μια μέρα επισκέπτονται τον Άρη τον τσαγκάρη ένας πελαργός, μια πάπια, ένας ελέφαντας, ένας λαγός, ένα χταπόδι και ένα άλογο και του ζητούν να τους φτιάξει παπούτσια. Ο τσαγκάρης όμως έχει χάσει τα γυαλιά του και δεν βλέπει καλά..... δεν βλέπει να μετρήσει τα πόδια που έχει το κάθε ζώο και να κρατήσει τις σημειώσεις του».

-*Ερώτηση της ερευνήτριας προς τους μαθητές:* «Μπορείτε να βοηθήσετε τον Άρη τον τσαγκάρη να σημειώσει τις παραγγελίες; Τι λέτε να κάνουμε;»

Οι μαθητές αρχίζουν να απαριθμούν τα πόδια των ζώων που είναι στις χάρτινες φιγούρες. Επίσης προχωρούν στην καταγραφή των ποσοτήτων, χρησιμοποιώντας κύρια αριθμητικά σύμβολα. Η λεκτική αλληλεπίδραση νηπιαγωγού και μαθητών οδηγεί το ενδιαφέρον των μαθητών στον εντοπισμό των ποσοτήτων που πρέπει να καταγραφούν, όπως φαίνεται και στο επόμενο πρώτο απόσπασμα διαλόγου.

Πρώτο απόσπασμα διαλόγου (Απαρίθμηση ποσοτήτων):

E (Ερευνήτρια): Μπορείτε να βοηθήσετε τον τσαγκάρη να βρει πόσα πόδια έχει η γάτα;

Y4 (Υποκείμενο 4): Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.

E: Πόσα παπούτσια θα χρειαστεί να φτιάξει ο τσαγκάρης για τη γάτα;

Y4: Τέσσερα.

E: Γιατί πρέπει να φτιάξει τέσσερα;

Y4: Γιατί έχει τέσσερα πόδια.

E: Υπάρχει κάποιος άλλος ζώο μέχρι τώρα που να θέλει τον ίδιο αριθμό παπουτσιών με την γάτα;

Υ 7 και 8: Θέλει τέσσερα όπως και ο λαγός.

Οι ερωτήσεις της νηπιαγωγού οδηγούν τους μαθητές στην ανάπτυξη πρακτικών καταγραφής των ποσοτήτων (δεύτερο απόσπασμα διαλόγου)

Δεύτερο απόσπασμα διαλόγου (Ανάπτυξη μορφών καταγραφής ποσοτήτων):

Ε: Πως θα βοηθήσουμε τον Άρη τον τσαγκάρη να θυμάται πόσα παπούτσια πρέπει να φτιάξει;

Κάποια νήπια: Να σημειώνουμε.

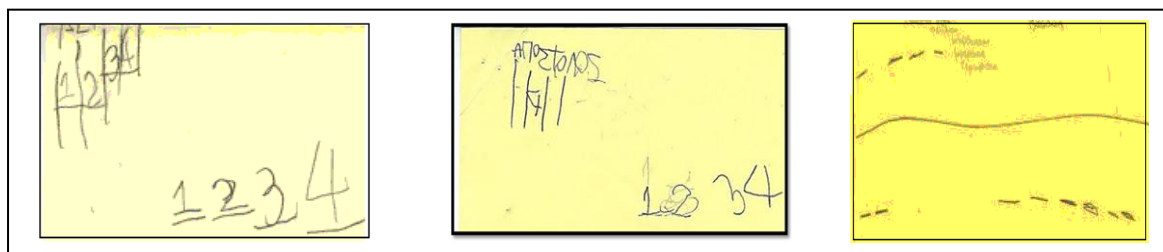
Ε: Ωραία ιδέα! Τι θα μπορούσατε να γράψετε πάνω σ' αυτό το χαρτί, για να βοηθήσετε τον τσαγκάρη;

Υ5: Τον αριθμό.

Ε: Ποιον αριθμό;

Υ5: Πόσα παπούτσια θέλει το ζώο.

Στις καταγραφές τους οι μαθητές χρησιμοποιούν ποικίλες αναπαραστάσεις. Χρησιμοποιούν τα συμβατικά σύμβολα αρίθμησης (εικόνα 1), μικτές μορφές με συμβατικά σύμβολα και μη συμβατικούς συμβολισμούς, όπως οι γραμμές με αντιστοίχιση;;; ένα-προς-ένα, δηλαδή ένα παπούτσι-μια γραμμή (εικόνα 2), καθώς και μη συμβατικά σύμβολα (εικόνα 3).



Εικόνες 1-3. Συμβολικές αναπαραστάσεις ποσοτήτων

• 2η Δραστηριότητα:

-Σκοπός: Η σύνδεση του αριθμού με την ποσότητα που συμβολίζει με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων.

-Αφηγηματικό πλαίσιο: «Ο Άρης ο Τσαγκάρης θέλει να φτιάξει ένα καινούργιο τσαγκάρικο στην τάξη του Νηπιαγωγείου , επειδή στο

παλιό δεν χωράνε οι παραγγελίες των ζώων. Στη μετακόμιση από το παλιό τσαγκάρικο στο καινούργιο είναι πιθανό να μπερδευτούν οι παραγγελίες των ζώων. Ο Τσαγκάρης χρειάζεται κάποιον να τον βοηθήσει να οργανώσει τις παραγγελίες. Σας ζητά, λοιπόν, να τον βοηθήσετε, μειρώντας τα παπούτσια του κάθε ζώου και σημειώνοντας τις παραγγελίες».

-Ερώτηση της ερευνήτριας προς τους μαθητές: «Πόσα πόδια έχει το ζώο που διαλέξατε; Πως μπορείτε να γράψετε τη παραγγελία;»

Οι μαθητές σε ομάδες των δύο (2) ατόμων επιλέγουν μια χάρτινη φιγούρα ενός ζώου και αναλαμβάνουν την παραγγελία του. Δημιουργούν το τσαγκάρικο μέσα στην τάξη με τη βοήθεια των χάρτινων κατασκευών, καταγράφουν τις ποσότητες των παπουτσιών κυρίως με αριθμητικά συμβολα και κρεμούν τις παραγγελίες τους, και ενώ η ερευνήτρια προτείνει και την αναπαράσταση με μη συμβατικούς συμβολισμούς, ώστε να συνδεθεί ο αριθμός με την ποσότητα που συμβολίζει. Όπως φαίνεται από το απόσπασμα διαλόγου, η αλληλεπίδραση με την ερευνήτρια οδηγεί στην ανάγκη για τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων με συμβατικούς και μη συμβολισμούς (τρίτο απόσπασμα διαλόγου).

Τρίτο απόσπασμα διαλόγου (Ανάπτυξη μορφών γραφικών αναπαραστάσεων):

E: Πόσα πόδια έχει το ζώο σας;

Y₈ και Y₁₄: Τέσσερα

E: Πώς βρήκατε ότι έχει τέσσερα;

Y₈: Να, ένα... δύο... τρία ... τέσσερα (μετράει με τα δείχνοντας με το δάχτυλο).

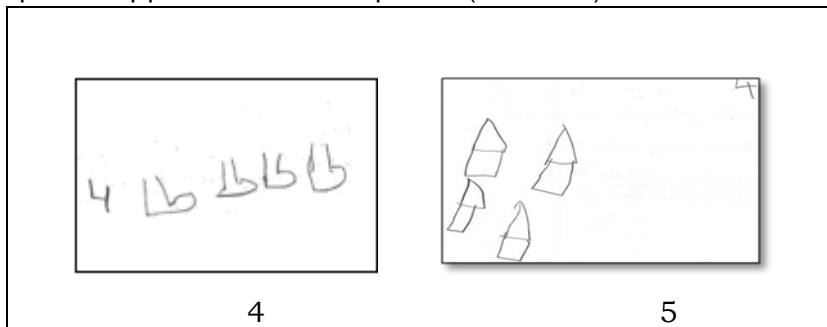
E: Πώς μπορείτε να γράψετε την παραγγελία σε αυτό το χαρτί για να ξέρει ο τσαγκάρης πόσα παπούτσια να κατασκευάσει για την γάτα;

Y₈ και Y₁₄: Να γράψουμε τον αριθμό.

E: Ναι, να τον γράψετε. Αν όμως ο τσαγκάρης δεν ξέρει τους αριθμούς, πως θα γνωρίζει πόσα είναι τα τέσσερα παπούτσια;

Οι μαθητές χρησιμοποιούν εδώ δύο τρόπους καταγραφής: το συμβατικό με την παράλληλη αναπαράσταση των αντικειμένων (γράφουν με αριθμητικό συμβολισμό την παραγγελία του ζώου και, προκειμένου να την κατανοήσει ο Άρης ο Τσαγκάρης, σχεδιάζουν την

ποσότητα που είναι αντίστοιχη του αριθμού, εικόνα 4) αλλά και την αναπαράσταση μόνο των αντικειμένων (εικόνα 5).



Εικόνες 4 και 5. Μορφές αναπαράστασης ποσοτήτων

3η Δραστηριότητα:

-*Σκοπός:* Η πρόσθεση μικρών ποσοτήτων.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Μια άλλη μέρα ήρθε στο τσαγκάρικο ένα γάτος και παράγγειλε τέσσερα παπούτσια. Αμέσως μετά μια κότα επισκέπτεται τον τσαγκάρη και ζητά να της φτιάξει δύο παπούτσια».

-*Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:*

- *Ερώτηση 1η:* «Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο Άρης ο τσαγκάρης για το γάτο;»
- *Ερώτηση 2η:* «Πόσα παπούτσια έφτιαξε για την κότα;»
- *Ερώτηση 3η:* «Πόσα παπούτσια έφτιαξε όλα μαζί και για το γάτο και για την κότα;»

Η ερευνήτρια προτρέπει ένα μαθητή να κρεμάσει στη γωνιά του τσαγκάρικου τα ζώα που αναφέρθηκαν, ώστε οι μαθητές να βλέπουν τα πόδια τους. Στη συνέχεια καλεί τους μαθητές να σημειώσουν στο φύλλο εργασίας τους τις ποσότητες των παπουτσιών που αναφέρθηκαν στη διήγηση και να βρουν το σύνολο. Οι γραφικές αναπαραστάσεις των ποσοτήτων αποδεικνύονται ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τη διευθέτηση των ποσοτήτων. Συχνά οι μαθητές στην αναπαράσταση των ποσοτήτων χρησιμοποιούν μικτούς τρόπους αναπαράστασης που περιλαμβάνουν μη συμβατικά σύμβολα, όπου κάθε σύμβολο

αντιστοιχίζεται σε ένα παπούτσι και συμβατικά αριθμητικά σύμβολα. Για παράδειγμα, η χρήση των καταγραφών που γίνεται από το υποκείμενο Y4 οδηγεί σε επιτυχή αντιμετώπιση του προβλήματος (τέταρτο απόσπασμα διαλόγου).

Τέταρτο απόσπασμα διαλόγου. (Μορφές αποτελεσματικής καταγραφής δεδομένων):

E: Πόσα παπούτσια έφτιαξε ο τσαγκάρης για το γάτο;

Y4: Τέσσερα.

E: Γιατί έφτιαξε τέσσερα παπούτσια;

Y4: Γιατί έχει τέσσερα πόδια.

E: Για την κότα πόσα παπούτσια έφτιαξε;

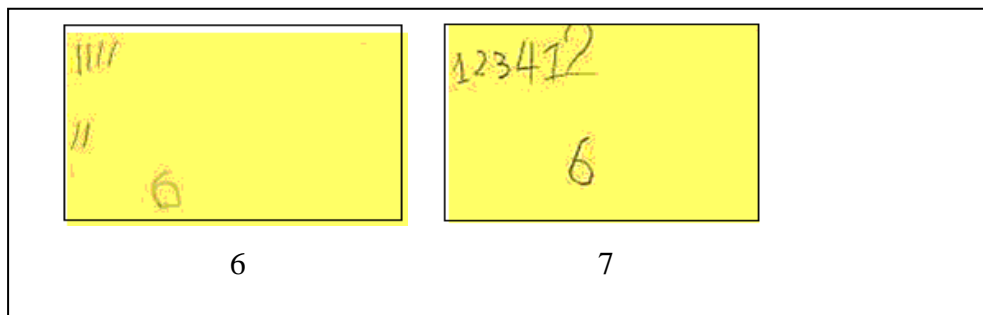
Y4: Δύο.

E: Πόσα παπούτσια έφτιαξε και για τα δύο ζώα μαζί;

Y4: Έξι.

E: Μπορείς να βοηθήσεις τον τσαγκάρη να σημειώσει την παραγγελία;

Ο μαθητής σημειώνει τέσσερις (4) γραμμές για το γάτο και δύο γραμμές για την κότα (εικόνα 6). Απαριθμεί τις γραμμές και σημειώνει το αριθμητικό αποτέλεσμα με αριθμητικό σύμβολο. Μια μορφή μικτής αναπαράστασης ποσοτήτων είναι και η καταγραφή της εικόνας 7 (Y1), όπου το υποκείμενο χρησιμοποιεί τα σύμβολα των αριθμών με τη συμβατική τους χρήση αλλά και σε μια αντιστοίχιση ένα-προς-ένα, δηλαδή ένα σύμβολο για κάθε αριθμό. Τέλος, ένας άλλος τρόπος καταγραφής είναι η χρήση μη συμβατικών συμβόλων, όπως στην περίπτωση του υποκειμένου Y13 στην εικόνα 3 προηγούμενα.



Εικόνες 6 και 7. Αποτελεσματικοί τρόποι καταγραφής

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα αρκετά προνήπια (π.χ. Υ16, Υ3, Υ12, Υ18) δυσκολεύονται να αναπαραστήσουν νοητά τις ποσότητες, οπότε η προσφυγή στην εικονογράφηση είναι αναγκαία, όπως φαίνεται και στο επόμενο (πέμπτο) απόσπασμα διαλόγου

Πέμπτο απόσπασμα διαλόγου. (Δυσκολίες στην νοητή αναπαράσταση των ποσοτήτων):

E: Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης για το γάτο;

Υ16: Να θυμηθώ...

E: Μπορείς να κοιτάξεις τη γάτα στο τσαγκάρικο. Πόσα πόδια έχει;

Υ16: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε.

E: Μπορείς να μετρήσεις άλλη μια φορά;

Υ16: ...

Ο ερευνητής μαζί με το μαθητή απαριθμούν τα πόδια του γάτου.

E: Για την κότα πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης;

Υ16: (Ο μαθητής απαριθμεί τα πόδια) Δύο.

E: Μπορείς να μου πεις πόσα παπούτσια έφτιαξε όλα μαζί;

Ο μαθητής δε δίνει απάντηση και η ερευνήτρια προτείνει τη γραφική καταγραφή των ποσοτήτων.

E: Μπορείς να γράψεις με όποιον τρόπο εσύ θέλεις πόσα παπούτσια έφτιαξε ο Άρης για τη γάτα;

Ο μαθητής σχεδιάζει τέσσερεις γραμμές.

E: Για την κότα;

Ο μαθητής σχεδιάζει άλλες δύο γραμμές.

E: Τώρα μπορείς να μας πεις πόσες είναι οι όλες μαζί οι γραμμές;

Y16: (Απαριθμεί) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι.

E: Πώς θα το γράψεις το έξι;

Y16: Δε θυμάμαι πώς να το γράψω. Θέλω να δω τον αριθμό, για να το γράψω.

4η Δραστηριότητα:

-*Σκοπός:* Η διερεύνηση της ικανότητας των μαθητών να ανταποκριθούν σε πράξεις αφαίρεσης. Επίσης, η διερεύνηση της αντίληψης των μαθητών για την έννοια του μηδενός.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Ένα πρωινό επισκέφτηκε τον τσαγκάρη ένας πελαργός και παράγγειλε ένα αθλητικό παπούτσι για το ένα του πόδι. Την ίδια μέρα το μεσημέρι πήγε μια πάπια και του ζήτησε δύο γοβάκια και το απόγευμα ένας γάτος παράγγειλε από τον τσαγκάρη τέσσερεις μπότες. Ο τσαγκάρης κάθισε το βράδυ στο τσαγκάρικο, για να φτιάξει τα παπούτσια που του ζήτησαν τα ζώα».

-*Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:*

- *Ερώτηση 1η:* «Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης εκείνο το βράδυ και για τα τρία ζώα;»

- *Ερώτηση 2η:* «Η πάπια πήγε στο τσαγκάρικο και πήρε τα δύο παπούτσια της. Πόσα έμειναν;»

- *Ερώτηση 3η:* «Αμέσως μετά εμφανίστηκε ο πελαργός και πήρε το ένα παπούτσι που παράγγειλε. Πόσα παπούτσια απόμενουν τώρα στο τσαγκάρικο;»

- *Ερώτηση 4η:* «Τέλος, εμφανίστηκε και ο γάτος και πήρε τις τέσσερεις μπότες του. Πόσα παπούτσια έμειναν τώρα στο μαγαζί; Μπορείτε να σημειώσετε τον αριθμό;»

Στο μέρος της απαρίθμησης του συνόλου των παπουτσιών η πλειονότητα των μαθητών ανταποκρίνεται, συνήθως απαριθμώντας ένα-ένα τα παπούτσια. Στην περίπτωση ενός μαθητή (Y16) η απάντησή

του είναι άμεση και χωρίς αποτέλεσμα απαρίθμησης. Παρά το γεγονός ότι δίνει λανθασμένη απάντηση («οκτώ»), δείχνει να έχει αίσθηση των μεγεθών, γεγονός που διαπιστώσαμε και σε άλλες απαντήσεις του συγκεκριμένου υποκειμένου. Όταν η ερευνήτρια καλεί να υπολογίσει τη συνολική ποσότητα, το παιδί προσφεύγει στη χρήση των δακτύλων και διορθώνει το λάθος (έκτο απόσπασμα διαλόγου).

Έκτο απόσπασμα διαλόγου. (Πρόσθεση με χρήση των δακτύλων):

E: Πόσα είναι όλα μαζί τα παπούτσια στο τσαγκάρικο;

Y16: Οκτώ.

E: Μπορείς να τα μετρήσεις, για να δούμε αν είναι οκτώ;

Y16: (Το υποκείμενο προσφεύγει στη χρήση των δακτύλων) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά. Είναι επτά.

Οι διαδοχικές αφαιρέσεις των ποσοτήτων (ερωτήσεις 2-4) διευκολύνονται από το εκπαιδευτικό υλικό και τις σημειώσεις των μαθητών, όπως φαίνεται και στο επόμενο (έβδομο) απόσπασμα διαλόγου. Ενώ αρχικά δίνονται ιδιοσυγκρασιακές απαντήσεις που δεν ανταποκρίνονται στις πραγματικές ποσότητες, όταν το υποκείμενο προσφεύγει στο συγκεκριμένο υλικό, δίνει σωστές απαντήσεις. Να σημειώσουμε ότι κάθε φορά που ένα ζώο παίρνει τα παπούτσια του από το μαγαζί, τότε κατεβαίνει και η φωτογραφία του ζώου.

Έβδομο απόσπασμα διάλογου. [Το μηδέν ως απουσία ποσότητας («κανένα»)]:

E: Όταν η πάπια πήρε τα δύο παπούτσια της, πόσα έμειναν στο τσαγκάρικο;

Y2: Τέσσερα.

E: Μπορείς να κρεμάσεις πάλι τα ζώα και να μετρήσεις, για να είσαι σίγουρη.

Η μαθήτρια κρεμάει ξανά τις εικόνες των ζώων.

E: Πόσα είναι όλα μαζί τα παπούτσια;

Y2: (Απαριθμεί) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά.

E: Η πάπια ήρθε και πήρε τα δύο γοβάκια της. Πόσα έμειναν τώρα;

Το νήπιο κατεβάζει από το τσαγκάρικο την πάπια και «σβήνει» (με X) τις δύο γραμμούλες που αντιστοιχούσαν στα παπούτσια της πάπιας.

Y2: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε.

E: Στη συνέχεια ήρθε ο πελαργός και πήρε το ένα παπούτσι του και φεύγει. Πόσα παπούτσια έμειναν τώρα;

Y2: (Ακολουθείται ή ίδια διαδικασία της διαγραφής) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.

E: Ήρθε και ο γάτος και πήρε τα τέσσερα δικά του. Πόσα παπούτσια έμειναν στο μαγαζί;

Y2: Κανένα.

Η ερευνήτρια βασίζεται στην προηγούμενη απάντηση, για να διερευνήσει αν οι μαθητές γνώριζαν το σύμβολο του μηδενός (όγδοο απόσπασμα διαλόγου).

Όγδοο απόσπασμα διαλόγου. (Γνωριμία με το αριθμητικό σύμβολο του μηδενός):

E: Μήπως γνωρίζετε να μου πείτε πως σημειώνουμε το «κανένα»;

Y8: Μηδέν.

E: Γνωρίζει κάποιος πώς γράφεται το μηδέν;

Y5: Είναι ένα κουλουράκι.

Ο μαθητής σηκώνεται και σημειώνει στον πίνακα το σύμβολο του μηδενός.

5η Δραστηριότητα:

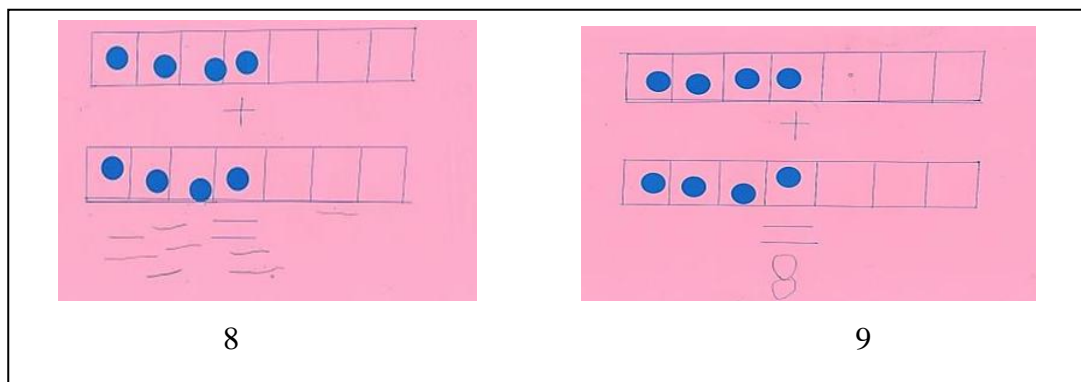
-*Σκοπός:* Η επίλυση προβλήματος πρόσθεσης και η εισαγωγή στον μαθηματικό συμβολισμό. Συγκεκριμένα προτάθηκε η χρήση του «+» για την πρόσθεση δύο ποσοτήτων και το «=» για το σύνολο της ποσότητας που προκύπτει από την πρόσθεση.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Ένα πρωινό επισκέφτηκαν τον τσαγκάρη ένας γάτος με τη γυναίκα του τη γάτα και ζήτησαν από τον τσαγκάρη να τους φτιάξει παπούτσια. Έφυγαν όμως βιαστικά και ξέχασαν να του πουν πόσα θέλουν. Ο τσαγκάρης τους έφτιαξε 10 παπούτσια».

-Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:

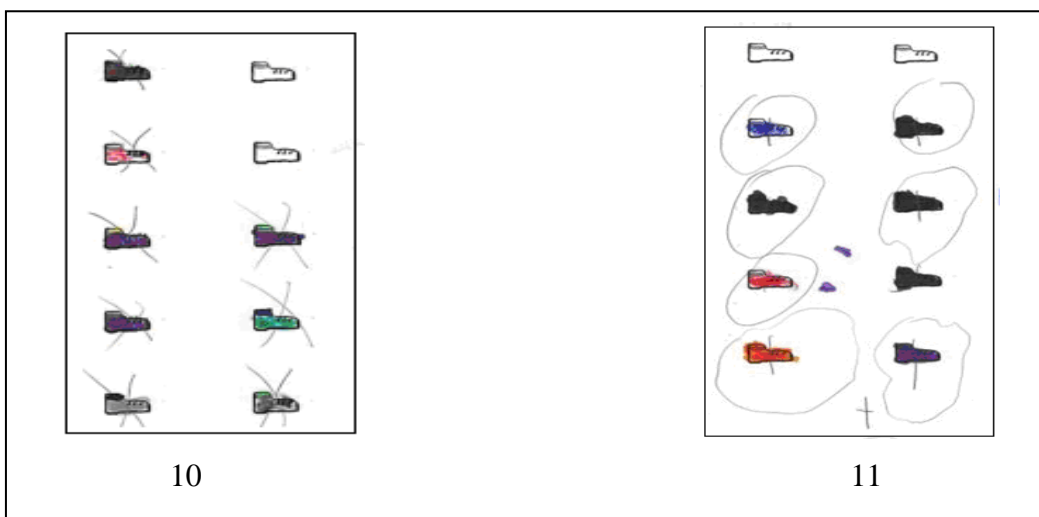
- Ερώτηση 1^η: «Πόσα παπούτσια χρειάζεται η κάθε γάτα;»
- Ερώτηση 2^η: «Πόσα παπούτσια χρειάζονται και οι δύο γάτες μαζί;»
- Ερώτηση 3^η: «Ο τσαγκάρης έφτιαξε πιο πολλά ή πιο λίγα παπούτσια;»

Εδώ, για την αναπαράσταση των ποσοτήτων (ερωτήσεις 1^η και 2^η), προτάθηκε η επικόλληση αυτοκόλλητων σε ταινίες με τετράγωνα (εικόνες 8 και 9). Οι μαθητές εξοικειώθηκαν γρήγορα με τη νέα μορφή αναπαράστασης, χρησιμοποιώντας άλλες φορές με ασυνεπή τρόπο το μαθηματικό συμβολισμό, όπως στην περίπτωση της εικόνας 8, όπου η συνολική ποσότητα σημειώνεται με γραμμές, ενώ σε άλλες περιπτώσεις (π.χ. εικόνα 9) γίνεται συνεπής χρήση του συμβολισμού.



Εικόνες 8 και 9. Εισαγωγή στο μαθηματικό συμβολισμό

Για τη σύγκριση των παπουτσιών που έφτιαξε ο τσαγκάρης και των παπουτσιών που χρειάζονταν οι δύο γάτες (ερώτηση 3^η) προτάθηκε ως βοηθητικό υλικό φωτοτυπίες, όπου τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν τη διαφορά των δύο μεγεθών. Τα παιδιά δείχνουν αρκετά εξοικειωμένα με τη χρήση του εκπαιδευτικού υλικού και βρίσκουν τη διαφορά συνήθως σημειώνοντας τα παπούτσια που θα χρησιμοποιηθούν (εικόνες 10 και 11).



Εικόνες 9 και 10. Σύγκριση ποσοτήτων

8. Συμπεράσματα

Τα ευρήματα της έρευνας μας οδηγούν στα εξής συμπεράσματα:

- Οι μαθητές βρήκαν ιδιαίτερα ελκυστική τη διήγηση και αποδέχτηκαν με ευχαρίστηση τις συμβάσεις που εμπεριέχονται σ' αυτή, ειδικότερα αυτές που σχετίζονται με το αριθμητικό μέρος. Η επίλυση των προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης που εμπειρείκαν οι διηγήσεις βασίστηκε σε μεγάλο βαθμό στη χρήση των γραφικών καταγραφών των ποσοτήτων που χρησιμοποίησαν οι μαθητές. Η χρήση των καταγραφών ήταν αποτέλεσμα της συστηματικής διδακτικής παρέμβασης της ερευνήτριας που ενθάρρυνε στα παιδιά και τους έκανε υποδείξεις
- Στη διάρκεια της διδασκαλίας διαπιστώθηκε μια βαθμιαία εξοικείωση των μαθητών με τις πρακτικές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων και στην επεξεργασία λειτουργικών και αποτελεσματικών τρόπων καταγραφής. Μάλιστα, οι μαθητές σταδιακά οδηγούνταν από τη χρήση μη συμβατικών μορφών αναπαράστασης στη χρήση συμβατικών συμβόλων, καθώς και στη χρήση ειδικών συμβόλων, όπως του «+», του «=» και του μηδενός.

- Οι μαθητές που αντιμετώπιζαν δυσκολίες στην εκτέλεση νοητών πράξεων, και ήταν κυρίως οι μικρότεροι ηλικιακά μαθητές του δείγματος, μπόρεσαν να ανταποκριθούν στα προβλήματα, προσφεύγοντας στις γραφικές αναπαραστάσεις.

Τελικά, η χρήση της Λογοτεχνίας για Παιδιά που έχει μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να δημιουργήσει κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο και να νοηματοδοτήσει την εισαγωγική διδασκαλία μαθηματικών εννοιών. Επίσης, σημαντικό εργαλείο στην αποτελεσματική επίλυση προβλήματος μπορεί να αποτελέσει η εξοικείωση των μαθητών με πρακτικές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων και μαθηματικών σχέσεων. Οι γραφικές αναπαραστάσεις διευκολύνουν την παιδική μνήμη, βοηθούν στην κατανόηση της συμβατικής χρήσης των συμβόλων, δημιουργούν προϋποθέσεις ώστε τα παιδιά να αναστοχάζονται πάνω στις ενέργειές τους και τα εξοικειώνουν με μορφές αναπαράστασης, μαθαίνουν να αναπαριστούν τις σχέσεις μεταξύ αντικειμένων.

Ευχαριστίες

Η παρούσα έρευνα είχε τη στήριξη των υποτροφιών «Ανδρέας Μεντζελόπουλος» που δίνονται σε προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές του Πανεπιστημίου Πατρών και χρηματοδοτούνται από την οικογένεια του Ανδρέα Μεντζελόπουλου.

Βιβλιογραφία

- Burns, M. (1985). The role of questioning. *The Arithmetic Teacher*, 32(6), 14-17.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston, Lancaster.
- Lepik, M. (1990). Algebraic word problems: Role of linguistic and structural variables. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 82-90.

- Maher, C. A. (2005). How students structure their investigations and learn mathematics: Insights from a long-term study. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 1–14.
- Maher, C. A., & Martino, A. M. (1992). Individual thinking and the indegration of the ideas of others in problem solving situations. In W. Geeslin, J. Ferrini-Mundy, & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 72-79). Durham, NH: University of New Hampshire.
- Martino, A.M. & Maher, C.A. (1999). Teacher Questioning to Promote Justification and Generalization in Mathematics: What Research Practice Has Taught Us. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 53-78.
- Mercer N. (2000). *Η συγκρότηση της γνώσης. Γλωσσική αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικών και εκπαιδευομένων*. Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, 20(6): 507-528
- Scherer, P., & Steinbring, H. (2006). Noticing Children's Learning Processes-Teachers Jointly Reflect on their own Classroom Interaction for Improving Mathematics Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9: 157-185.
- Shiakalli, M.A., & Zacharos, K. (2012). The contribution of external representations in pre-school mathematical problem solving. *International Journal of Early Years Education*, 20(4), 315-331.
- Vygotsky, L.S. (1978) *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

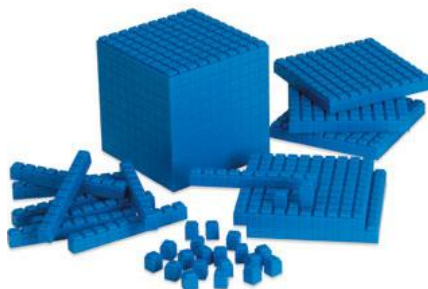
- Whitin, P. & Whitin, D. (2001). Using Literature to invite mathematical representations. In A. Cuoco & F. Curcio (eds.) *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 228-237). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- Wood, T. (1998). Funneling or focusing? Alternative patterns of communication in mathematics class. In H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi, A. Sierpinska (eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.
- Zacharos, K., Antonopoulos, K., and Ravanis, K. (2011). Activities in mathematics education and teaching interactions. The construction of the measurement of capacity in preschoolers. *European Early Childhood Education Research Journal*, 19(4): 451-468.
- Ζαχάρος, Κ (2013). *Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση. Θεωρητικές Προσεγγίσεις και Πρακτικές Εφαρμογές*. Αθήνα: Καμπύλη.
- Παπαδάτος, Γ. & Πολίτης, Δ. (2008). Λογοτεχνία, Μαθηματικά και Φιλαναγνωσία. Στο Κατσίκη-Γκίβαλου Α. Καλογήρου Τ. και Χαλκιάδακη Α. (επιμ.), *Φιλαναγνωσία και σχολείο* (65-79). Αθήνα: Πατάκης,
- Πολίτης, Δ. (2009). Μαθηματικά και Λογοτεχνία για Παιδιά: Η «Κατάρα» της Μαθηματικής Σκέψης και η Μυθοπλαστική Υπέρβασή της. Στο *Μαθηματικά και Ανθρωπιστικές Επιστήμες*, Αθήνα, 6, 7 και 8 Νοεμβρίου 2008, σελ. 612-629, Αθήνα: Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ.
- Τριβιζάς, Ε. (2004). *Άρης ο Τσαγκάρης*. Αθήνα: Μίνωας.

dionysia-aggel@hotmail.com;
 zacharos@upatras.gr;
 dimpolit@upatras.gr

**ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ**

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



**Πρακτικά 12^{ου} Διημέρου Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
25 & 26 Απριλίου 2014**

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΩΓΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ**

ΑΘΗΝΑ

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ (Επιμέλεια)

Έκδοση CD-ROM

Τμήμα Εκπαίδευσης & Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ναυαρίνου 13^α, 106 80 Αθήνα

ΑΘΗΝΑ 2014

ISBN 978-618-80640-2-7

© Δημήτρης Χασάπης για την παρούσα συλλογή

Οι συγγραφείς για τα κείμενα τους

Η εικόνα του εξωφύλλου: Τα στερεά αριθμητικής του Dienes

Στο ΔΙΗΜΕΡΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ παρουσιάζονται μόνον πρωτότυπες εργασίες, οι οποίες εντάσσονται στο σχετικό θέμα του συνεδρίου, δεν έχουν παρουσιαστεί σε άλλο συνέδριο, δεν έχουν δημοσιευτεί σε άλλο περιοδικό ή βιβλίο και ανταποκρίνονται στις διεθνώς καθιερωμένες απαιτήσεις της επιστημονικότητας.

Η Επιστημονική Επιτροπή διατηρεί το δικαίωμα επιλογής των υποβαλλόμενων εισηγήσεων με βάση εκτεταμένες περιλήψεις τους και φροντίζει για την αξιολόγηση των πλήρων κειμένων τους πριν την συμπερίληψή τους στα Πρακτικά του Δημέρου.

Για την αξιολόγηση τους, τα κείμενα των εισηγήσεων αποστέλλονται, ανώνυμα, σε δύο (2) κριτές από κατάλογο ειδικών για το εκάστοτε θέμα του Δημέρου επιστημόνων, στον οποίο συμπεριλαμβάνονται και τα μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής.

Η αναδημοσίευση εισηγήσεων, οι οποίες έχουν δημοσιευτεί στα Πρακτικά του Δημέρου απαιτεί άδεια του Επιμελητή της έκδοσης.