



8<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο της Ένωσης Ερευνητών της  
Διδακτικής των Μαθηματικών (Εν.Ε.Δι.Μ.)

# Σύγχρονες Προσεγγίσεις στη Διδασκαλία των Μαθηματικών

6 – 8 Δεκεμβρίου, 2019

Πανεπιστήμιο Κύπρου, Λευκωσία, Κύπρος

---

## ΠΡΑΚΤΙΚΑ

---

Επιμελητής

Κωνσταντίνος Χρίστου

**ISBN: 978-9925-580-79-8**

**Copyright © 2019 ΕΝΕΔΙΜ & ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ**

**Τεχνική Επιμέλεια: Νάγια Μαυρή**

8<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο της Ένωσης  
Ερευνητών της Διδακτικής των  
Μαθηματικών (Εν.Ε.Δι.Μ.)

**ΠΡΑΚΤΙΚΑ**



Ένωση Ερευνητών  
Διδακτικής των Μαθηματικών

Εκδότης: ΕΝΕΔΙΜ

Κύπρος 2019

## Η ΟΙΚΟΔΟΜΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΟΠΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

**Κωνσταντίνος Κακαβάς<sup>1</sup>, Κωνσταντίνος Ζαχάρος<sup>2</sup>, Ειρήνη Σκοπελίτη<sup>3</sup>,  
Βασίλης Κόμης<sup>4</sup>**

Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία,  
Πανεπιστήμιο Πατρών <sup>1,2,3,4</sup>

[kkakavas@upatras.gr](mailto:kkakavas@upatras.gr)<sup>1</sup>, [zacharos@upatras.gr](mailto:zacharos@upatras.gr)<sup>2</sup>, [eskopel@upatras.gr](mailto:eskopel@upatras.gr)<sup>3</sup>,  
[komis@upatras.gr](mailto:komis@upatras.gr)<sup>4</sup>

### Περίληψη

*Η παρούσα εργασία αποτελεί μία πιλοτική έρευνα που στοχεύει στον εντοπισμό παρανοήσεων των μαθητών σχετικά με διαστάσεις της έννοιας της γωνίας και την απόπειρα τροποποίησης των αρχικών τους αντιλήψεων μέσω διδακτικής παρέμβασης που βασίζεται στον οπτικό προγραμματισμό. Στην έρευνα συμμετείχαν 11 μαθητές της Στ' τάξης, οι οποίοι ως πειραματική ομάδα χρησιμοποίησαν το λογισμικό Scratch για την κατασκευή ψηφιακών προσομοιώσεων καταστάσεων γωνίας, και 11 μαθητές της ίδιας τάξης, οι οποίοι ως ομάδα ελέγχου διδάχθηκαν τη γωνία από το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα. Η έρευνα έδειξε ότι η χρήση του οπτικού προγραμματισμού για τον σχεδιασμό ψηφιακών προσομοιώσεων μπορεί να βελτιώσει παρανοήσεις που έχουν οι μαθητές σχετικά με τις πτυχές της έννοιας της γωνίας που η έρευνα προσεγγίζει και μπορεί να βελτιώσει την κατανόησή της.*

*Λέξεις-Κλειδιά: γωνία, οπτικός προγραμματισμός, Scratch*

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η γωνία ως μαθηματική έννοια, απαντάται συστηματικά στο μάθημα της Γεωμετρίας και της Τριγωνομετρίας. Παρόλα αυτά, έχει εντοπιστεί δυσκολία ορισμού της έννοιας της γωνίας. Το γεγονός αυτό οδήγησε τους Mitchelmore & White (1998), να προτείνουν μια κατηγοριοποίηση της έννοιας με 7 υποκατηγορίες-πτυχές (περιστροφή, συνάντηση, κλίση, γωνία αντικειμένου, στροφή, διεύθυνση, άνοιγμα-χώρος), κάνοντας σύνδεση ανάμεσα στη γωνία και στην καθημερινή ζωή. Την κατηγοριοποίηση αυτή αξιοποιεί και η παρούσα έρευνα.

Καθώς η γωνία συναντάται σε διαφορετικά πεδία εφαρμογής, η εννοιολογική ανάπτυξη της έννοιας αυτής συνίσταται στην ενδυνάμωση των σχέσεων ανάμεσα στα διαφορετικά πλαίσια, στα οποία η γωνία συναντάται (Mitchelmore & White, 1998). Υπό αυτό το πρίσμα, σχεδιάστηκε μια έρευνα που στόχο έχει να διερευνήσει την κατανόηση της έννοιας της γωνίας μέσα από τη χρήση ενός περιβάλλοντος

οπτικού προγραμματισμού υπό το πρίσμα της Θεωρίας Πλαισίου (ΘΠ) για την Εννοιολογική Αλλαγή.

Σύμφωνα με τη ΘΠ οι μαθητές συχνά αντιμετωπίζουν σημαντικές δυσκολίες να κατανοήσουν τις επιστημονικές έννοιες σε φυσικές επιστήμες και μαθηματικά. Αρχικά φαίνεται να διαμορφώνουν «αφελείς» θεωρίες εξειδικευμένες ανά επιστημονικό πεδίο, θεωρίες πλαισίου. Ονομάζονται θεωρίες γιατί χρησιμοποιούνται από τους μαθητές με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιούνται οι επιστημονικές θεωρίες από τους επιστήμονες, για να εξηγήσουν και να κάνουν προβλέψεις. Οι θεωρίες πλαισίου είναι σε διαφωνία με τις επιστημονικές θεωρίες, ως προς το περιεχόμενό τους, και οδηγούν στη δημιουργία παρανοήσεων. Η εκμάθηση των επιστημονικών εννοιών απαιτεί να αλλάξουν οι αφελείς θεωρίες πλαισίου. Πρόκειται για μια διαδικασία δύσκολη και χρονοβόρα, δεδομένου ότι απαιτείται να συντελεστούν πολλές εννοιολογικές αλλαγές, οντολογικές, αναπαραστασιακές και επιστημολογικές (Vosniadou, Vamvakoussi & Skopeliti, 2008).

Στόχος της παρούσας έρευνας ήταν να μελετήσει την επίδραση της κατασκευής ψηφιακών προσομοιώσεων πραγματικών καταστάσεων γωνίας στις αρχικές παρανοήσεις των μαθητών, οι οποίοι εργάστηκαν σε περιβάλλον οπτικού προγραμματισμού (Scratch 3.0). Η έρευνα αποτελεί έναν εναλλακτικό τρόπο διδασκαλίας πτυχών της έννοιας της γωνίας όπως η περιστροφή, η διεύθυνση και ο τομέας μέσα σε ψηφιακό περιβάλλον.

### **ΠΑΡΑΝΟΗΣΕΙΣ ΓΩΝΙΑΣ ΚΑΙ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΑΛΛΑΓΗ**

*Παρανοήσεις σχετικά με την έννοια της γωνίας ως περιστροφή.*

Έρευνα των Mitchelmore και White (1998) έδειξε ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τις διάφορες πτυχές της γωνίας σε καθημερινές καταστάσεις (π.χ. κλίση, γωνία, διασταύρωση, στροφή, ανηφόρα, κατηφόρα). Για παράδειγμα, δεν ανέφεραν την περιστροφή όταν τους ζητήθηκε να δώσουν παραδείγματα γωνιών. Επίσης, θεωρούν την περιστροφή ως μια ανεξάρτητη και ξεχωριστή κίνηση, χωρίς να την ερμηνεύουν με τη χρήση της γωνίας.

*Παρανοήσεις σχετικά με την έννοια της γωνίας ως διεύθυνση.*

Οι Mitchelmore & White (2000) βρήκαν ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν καταστάσεις γωνιών που εμφανίζονται με μία μόνο ορατή πλευρά και όχι με δύο πλευρές, όπως, δηλαδή, παρουσιάζεται συνήθως μια γωνία. Τέτοια παραδείγματα είναι η κλίση ενός βουνού και το άνοιγμα ή το κλείσιμο μιας πόρτας (απόκλιση από την αρχική της θέση).

*Παρανοήσεις σχετικά με την έννοια της γωνίας ως χώρος.*

Μελετώντας τη γωνία ως χώρο, με παρατηρητή που στέκεται σε συγκεκριμένη θέση και εμπόδιο που βρίσκεται μπροστά του, οι Devichi & Munier (2013) έδειξαν

ότι οι μαθητές σχεδιάζουν στο χαρτί λανθασμένα σχέδια της γωνίας που δείχνει τον χώρο που κρύβεται/σκιάζεται πίσω από ένα εμπόδιο και δεν μπορεί να δει ο παρατηρητής.

Στα πλαίσια της παρούσας έρευνας διερευνήθηκε αρχικά αν οι συμμετέχοντες είχαν ανάλογες παρανοήσεις σχετικά με την έννοια της γωνίας καθώς και αν μία εμπλουτισμένη διδακτική παρέμβαση μπορεί να οδηγήσει στην αντιμετώπιση αυτών των παρανοήσεων. Η ΘΠ για την εννοιολογική αλλαγή μπορεί να προσφέρει ένα ερμηνευτικό πλαίσιο αναφορικά με τη δημιουργία των παρανοήσεων για την έννοια της γωνίας και επιπλέον μπορεί να περιγράψει τις αλλαγές που συντελούνται στις αφελείς αντιλήψεις των μαθητών αναφορικά με την έννοια της γωνίας, μέσα από τη χρήση ενός εμπλουτισμένου διδακτικού περιβάλλοντος. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, η αντικατάσταση των αφελών αντιλήψεων των μαθητών με τις επιστημονικές δεν μπορεί να γίνει εύκολα μέσω της παραδοσιακής διδασκαλίας. Έτσι, διερευνάται αν το ψηφιακό τεχνολογικό περιβάλλον που χρησιμοποιείται μπορεί να βοηθήσει στην άρση των παρανοήσεων των μαθητών και στη βελτίωση της κατανόησης της έννοιας της γωνίας. Κρίνουμε ότι η ΘΠ για την εννοιολογική αλλαγή μπορεί να αποτελέσει κατάλληλο ερμηνευτικό πλαίσιο για αλλαγές που συντελούνται στα γνωστικά σχήματα στο πεδίο των Μαθηματικών εννοιών, όπως επίσης και στον σχεδιασμό παρεμβάσεων για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Παράλληλα, η εν λόγω θεωρία κρίνεται κατάλληλη, οικεία και λειτουργική για την περίπτωση της έρευνάς μας.

## ΓΩΝΙΑ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ

Στην παρούσα έρευνα προτείνεται η χρήση της τεχνολογίας κυρίως ως μέσο για την ενασχόληση των μαθητών με καταστάσεις που περιλαμβάνουν τη δυναμική θεώρηση της γωνίας. Τα δυναμικά χαρακτηριστικά της γωνίας δεν είναι εύκολο να διδαχθούν από στατικές παραδοσιακές δραστηριότητες. Έτσι, διάφοροι ερευνητές (Kynigos, Psycharis, & Latsi, 2009) προτείνουν την οπτικοποίηση μέσω ψηφιακών δυναμικών περιβαλλόντων μάθησης που χρησιμοποιούν την υπολογιστική τεχνολογία.

Αρκετά μεγάλη εφαρμογή στη διδασκαλία της γωνίας έχουν βρει τα λογισμικά τύπου LOGO. Σε αυτά τα περιβάλλοντα συνδυάζεται κυρίως η γωνία ως στροφή και μέτρηση με διάφορες διαδικασίες προγραμματισμού, μέσω δραστηριοτήτων για το επίπεδο, για τον 3D χώρο και μέσω της χρήσης ρομποτικών συσκευών όπως το bee-bot (Bartolini Bussi & Baccaglioni, 2015). Μεγάλη εφαρμογή, επίσης, έχει η χρήση των διαθέσιμων περιβαλλόντων δυναμικής γεωμετρίας, καθώς η χρήση τους βοηθάει τους μαθητές στον δυναμικό χειρισμό γεωμετρικών σχημάτων και γεωμετρικών εννοιών, καθώς και στη συσχέτιση μεταξύ τους (Balomenou, Komis & Zacharos, 2019).

Σήμερα, υποστηρίζεται ότι οι γλώσσες οπτικού προγραμματισμού μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εμπλουτίσουν τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με νέες δραστηριότητες (Ke, 2014). Η παρούσα έρευνα έχει ως στόχο τη χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Scratch και παρουσιάζει έναν εναλλακτικό τρόπο για τη διδασκαλία της γωνίας μέσα από την ψηφιακή προσομοίωση πραγματικών

καταστάσεων, καθώς έως σήμερα η ανάπτυξη προσομοιώσεων με τη χρήση του οπτικού προγραμματισμού δεν έχει χρησιμοποιηθεί σε ένα οργανωμένο μαθηματικό πλαίσιο διδασκαλίας των πτυχών της γωνίας που μελετώνται εδώ. Το χαρακτηριστικό αυτό αποτελεί και τη συνεισφορά της παρούσας έρευνας. Ειδικότερα, στο μέρος της έρευνας που θα παρουσιαστεί εδώ θα περιοριστούμε στις εξής διαστάσεις της έννοιας της γωνίας: α) περιστροφή, β) διεύθυνση και γ) χώρος.

### ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1. Ποιες είναι οι παρανοήσεις των μαθητών σχετικά με τις διαστάσεις της έννοιας της γωνίας που μελετώνται στην παρούσα έρευνα (περιστροφή, διεύθυνση και χώρος);
2. Οι ψηφιακές προσομοιώσεις πραγματικών καταστάσεων γωνίας διευρύνουν την αντίληψη που έχουν οι μαθητές σχετικά με τις διαστάσεις της γωνίας που μελετώνται στην παρούσα έρευνα;

### ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Η παρούσα έρευνα αποτελεί μια μελέτη περίπτωσης που σχεδιάστηκε αξιοποιώντας διάφορους τύπους εργαλείων και διαδικασιών για τη συλλογή δεδομένων. Η έρευνα βασίστηκε στη συμμετοχική παρατήρηση όπου ο πρώτος εκ των συγγραφέων της εργασίας συμμετείχε ως διδάσκων σε συνθήκες πραγματικής τάξης. Ακολουθήθηκε το μοντέλο του ερευνητικού σχεδιασμού (design-based research) για τη μελέτη των διδακτικών παρεμβάσεων μέσα σε αυθεντικό περιβάλλον μάθησης (Wang & Hannafin, 2005) υπό το ερμηνευτικό πρίσμα της ΘΠ για την εννοιολογική αλλαγή (Vosniadou, Vamvakoussi & Skopeliti, 2008).

### Δείγμα:

Στην έρευνα συμμετείχαν συνολικά 22 μαθητές από δύο τμήματα δημοσίων σχολείων πόλης της Ελλάδας που φοιτούσαν στη Στ' τάξη. Οι 11 μαθητές αποτέλεσαν την πειραματική ομάδα και οι υπόλοιποι 11 μαθητές την ομάδα ελέγχου. Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας διδάχθηκαν τη γωνία με τη χρήση οπτικού προγραμματισμού, ενώ οι μαθητές της ομάδας ελέγχου έλαβαν την παραδοσιακή διδασκαλία σύμφωνα με το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα. Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας δεν είχαν γνώση χειρισμού του λογισμικού Scratch και ήταν η πρώτη φορά που χρησιμοποιούσαν ένα ψηφιακό εργαλείο στη διδασκαλία των μαθηματικών. Έτσι, πριν η διεξαγωγή της έρευνας οι μαθητές εξοικειώθηκαν με τη χρήση αυτού του λογισμικού και συμμετείχαν σε δραστηριότητες επεξεργασίας, κίνησης και όψεων αντικειμένων, σχεδιασμού με πένα, συμβάντων και ελέγχου.

### Υλικό:

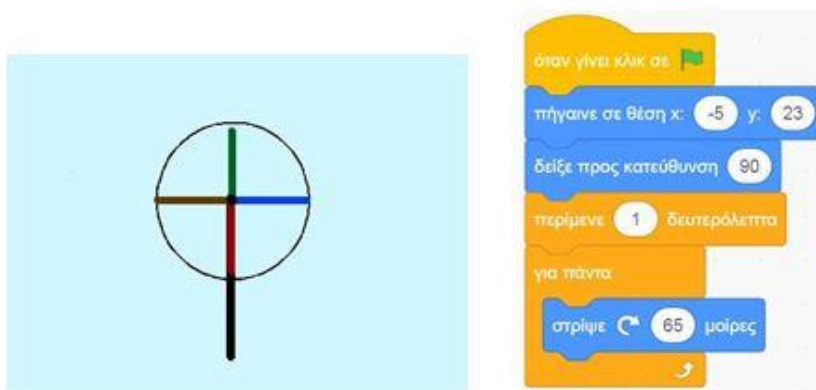
Για τη διδακτική παρέμβαση, σχεδιάστηκαν 13 ημιδομημένοι ψηφιακοί μικρόκοσμοι με το περιβάλλον της γλώσσας Scratch, οι οποίοι αναπαριστούν καθημερινές καταστάσεις της γωνίας ως περιστροφή, διεύθυνση και χώρος. Σε αυτούς, οι μαθητές μπορούσαν ελεύθερα να επιλέξουν τις εντολές που χρειαζόνταν

σε κάθε κατάσταση για τον σχηματισμό γωνίας, έτσι ώστε να κινήσουν ή να θέσουν σε λειτουργία το κάθε αντικείμενο με τρόπο που να προσομοιάζει στην πραγματική εμπειρία. Παρακάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα ψηφιακής προσομοίωσης από κάθε πτυχή της γωνίας που προσεγγίστηκε.

*Για τη γωνία ως περιστροφή:*

Οι μαθητές έπρεπε να δώσουν τις κατάλληλες εντολές για να δείξουν την αέναη περιστροφή ενός ανεμιστήρα. Για να το δείξουν αυτό χρησιμοποίησαν την εντολή «στρίψε για πάντα» κατά μία τιμή της γωνίας που εκείνοι επέλεξαν, διαπιστώνοντας ότι αυξάνοντάς τη ο ανεμιστήρας περιστρεφόταν περισσότερο.

Παράδειγμα περιστροφής: *Να χρησιμοποιήσετε τις κατάλληλες εντολές ώστε να θέσετε σε λειτουργία τον ανεμιστήρα.*

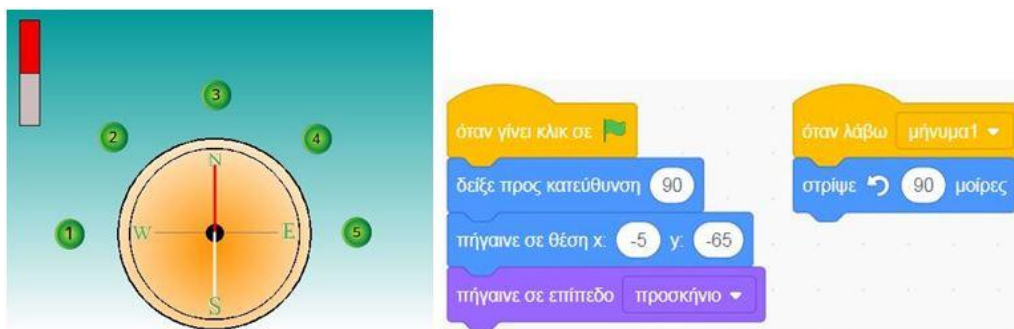


**Εικόνα 1: Προσομοίωση ανεμιστήρα και ενδεικτικού κώδικα**

*Για τη γωνία ως διεύθυνση:*

Οι μαθητές έπρεπε να δείξουν την απόκλιση της βελόνας μιας πυξίδας όταν σε διάφορα σημεία της πλησιάζει ένας μαγνήτης. Για παράδειγμα, όταν τοποθετούσαν τον μαγνήτη στο σημείο E (East) επέλεξαν την εντολή «στρίψε 90°».

Παράδειγμα διεύθυνσης: *Να χρησιμοποιήσετε τις κατάλληλες εντολές ώστε να δείξετε την απόκλιση της βελόνας της πυξίδας όταν πλησιάζει ο μαγνήτης στο σημείο 1.*



**Εικόνα 2: Προσομοίωση βελόνας πυξίδας και ενδεικτικός κώδικας**



Για τη γωνία ως χώρος:

Οι μαθητές έπρεπε να θέσουν σε λειτουργία ένα ποτιστικό μηχάνημα που ποτίζει έναν συγκεκριμένο χώρο (κυκλικό τομέα). Αρχικά, τοποθετούσαν στη σωστή θέση τους δύο πίδακες νερού που όριζαν τα άκρα του χώρου και για τον έναν επέλεγαν την εντολή «στρίψε 120°» ώστε να φανεί ο χώρος που ποτίζεται και στη συνέχεια τοποθετούσαν κατάλληλα το αντικείμενο που προσομοίαζε τον χώρο που ποτίζεται κάθε φορά.

Παράδειγμα χώρου: *Να χρησιμοποιήσετε τις κατάλληλες εντολές ώστε να δείξετε τον χώρο που ποτίζεται από το ποτιστικό μηχάνημα.*



**Εικόνα 3: Προσομοίωση ποτιστικού και ενδεικτικός κώδικας**

Αξιολόγηση της παρέμβασης:

Για την αξιολόγηση της παρέμβασης σχεδιάστηκε ένα τεστ που δόθηκε στους μαθητές και των δύο ομάδων πριν και μετά τη διδακτική παρέμβαση. Το τεστ περιλάμβανε ερωτήσεις αναπαράστασης και αναγνώρισης δύο πραγματικών καταστάσεων γωνίας από την κάθε πτυχή που προσεγγίστηκε (ως περιστροφή, ως διεύθυνση και ως τομέας), έτσι ώστε να διαπιστωθούν οι αντιλήψεις και οι παρανοήσεις των μαθητών και η πιθανή βελτίωσή τους. Οι ερωτήσεις αυτές παρουσιάζονται στο Παράρτημα.

### ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στόχος της έρευνας ήταν η διερεύνηση της ικανότητας των μαθητών για την αναγνώριση της γωνίας μέσα σε καταστάσεις της πραγματικής ζωής. Ο Πίνακας 1 παρουσιάζει το πλήθος των μαθητών που αναγνώρισαν ορθά τις καταστάσεις αυτές.

Γωνία	Κατάσταση	Πειραματική Ομάδα (n=11)		Ομάδα Ελέγχου (n=11)	
		Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
Περιστροφή	ρόδα	0	5	1	2
	μπάρα τρένου	5	7	4	3
Διεύθυνση	ποδόσφαιρο	4	6	3	2

	μπιλιάρδο	5	7	5	2
Χώρος	φωτογραφική	8	10	6	6
	κάμερα	4	11	6	5

### Πίνακας 1: Σύνολο μαθητών που αναγνώρισαν σωστά τη γωνία στις καταστάσεις πραγματικής ζωής που τους δόθηκαν

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι μετά τη διδακτική παρέμβαση οι μαθητές της πειραματικής ομάδας έχουν καλύτερη επίδοση από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου σε όλες τις κατηγορίες καταστάσεων γωνίας της καθημερινής ζωής (περιστροφή, διεύθυνση και χώρος). Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται ότι αναγνωρίζουν πιο εύκολα τις καταστάσεις της γωνίας ως χώρος, λιγότερο τις καταστάσεις της γωνίας ως διεύθυνση και δυσκολεύτηκαν περισσότερο στις καταστάσεις της γωνίας ως περιστροφή.

Για τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων με τη χρήση του πακέτου SPSS 25 χρησιμοποιήθηκε το μη παραμετρικό κριτήριο των Mann-Whitney, καθώς δεν παρατηρήθηκε κανονικότητα για την πειραματική ομάδα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι διαφορές πριν τη διδακτική παρέμβαση μεταξύ των ομάδων δεν είναι στατιστικά σημαντικές για καμία από τις 3 συνολικά κατηγορίες γωνίας που δόθηκαν (για την περιστροφή [ $U= 57.5, p= 0.82$ ], για την διεύθυνση [ $U= 51.5, p= 0.52$ ], για τον χώρο [ $U= 60.0, p= 0.97$ ]). Αντίθετα, οι διαφορές που παρατηρούνται μετά τη διδακτική παρέμβαση ανάμεσα στους μαθητές των δύο ομάδων είναι στατιστικά σημαντικές και για τις τρεις κατηγορίες (για την περιστροφή [ $U= 31.5, p= 0.04$ ], για τη διεύθυνση [ $U= 33.0, p= 0.04$ ], για τον χώρο [ $U= 30.5, p= 0.01$ ]). Αναλύοντας συνολικά τα αποτελέσματα για την επίδοση των μαθητών των δύο ομάδων στην αναγνώριση της γωνίας βρέθηκε ότι δεν παρατηρείται στατιστικά σημαντική διαφορά στην επίδοσή τους πριν τη διδακτική παρέμβαση [ $U= 51.0, p=0.50$ ], ενώ αντίθετα οι μαθητές της πειραματικής ομάδας μετά τη διδακτική παρέμβαση έχουν καλύτερη επίδοση συγκριτικά με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, η οποία είναι στατιστικά σημαντική [ $U= 16.5, p= 0.01$ ].

### ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας επιβεβαιώνουν αυτά προηγούμενων ερευνών (Devichi & Munier, 2013; Mitchelmore & White, 1998) σύμφωνα με τα οποία οι μαθητές δημιουργούν παρανοήσεις που τους δυσκολεύουν να αναγνωρίσουν τις διάφορες πτυχές της γωνίας σε καθημερινές καταστάσεις. Ενδεχομένως έχουν διαμορφώσει μία αφελή θεωρία (Vosniadou, Vamvakoussi, Skopeliti, 2008) σύμφωνα με την οποία η έννοια της γωνίας περιορίζεται στην γεωμετρική της αναπαράσταση.

Επιπλέον, η έρευνα έδειξε ότι ο σχεδιασμός ψηφιακών καταστάσεων γωνίας βοήθησε τους μαθητές της πειραματικής ομάδας να διευρύνουν την αντίληψη που είχαν για την ύπαρξη γωνίας. Μετά τη διδασκαλία αντιλήφθηκαν την ύπαρξη της γωνίας μέσα σε ένα σύνολο καταστάσεων περιστροφής, διεύθυνσης και χώρου της

καθημερινής τους εμπειρίας. Έτσι, φάνηκε ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας μπόρεσαν να βελτιώσουν την ικανότητά τους να αναγνωρίζουν τις γωνίες αυτές σε μεγαλύτερο βαθμό σε σχέση με τους μαθητές που έλαβαν την παραδοσιακή διδασκαλία.

Επίσης, η έρευνα έδειξε ότι οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν σε ικανοποιητικό βαθμό τον οπτικό προγραμματισμό για να σχεδιάσουν ψηφιακές προσομοιώσεις με καταστάσεις γωνίας. Ο δυναμικός χειρισμός του ψηφιακού περιβάλλοντος, η διάδραση και η ανατροφοδότηση από αυτό, καθώς και η διαδικασία προγραμματισμού μέσω δοκιμής και ελέγχου βοήθησαν τους μαθητές να βελτιώσουν την αντίληψή τους για την έννοια της γωνίας.

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας αφορούν στα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των μαθητών του μικρού δείγματός μας. Επίσης, περιορίζονται στα συγκεκριμένα παραδείγματα της καθημερινής ζωής που επιλέχθηκαν. Πρόθεσή μας είναι να συμπεριλάβουμε μεγαλύτερο δείγμα μαθητών αλλά και περισσότερες εφαρμογές που προσομοιάζουν σε καταστάσεις της πραγματικής ζωής.

Εντούτοις, μέσα από τα ευρήματά μας φαίνεται να αναδεικνύεται η ανάγκη για βαθύτερη μελέτη των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της κάθε πτυχής της γωνίας αλλά και των καθημερινών παραδειγμάτων που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την προσέγγισή της. Η έρευνα υποστηρίζει ότι η ψηφιακή προσομοίωση καθημερινών καταστάσεων μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές στη σύνδεση μεταξύ του γεωμετρικού και του πραγματικού κόσμου και να συμβάλει στην αντιμετώπιση παρανοήσεων των μαθητών σχετικά με την έννοια της γωνίας οδηγώντας σε ποικίλες εννοιολογικές αλλαγές (Vosniadou, Vamvakoussi, & Skopeliti, 2008).

## **BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- Balomenou, A., Komis, V., & Zacharos, K. (2019). Instrumental genesis of students' comparison strategies in a digital environment of dynamic Geometry. *Educational Journal of the University of Patras UNESCO Chair*, 6(1), 335-343
- Bartolini Bussi, M. G., & Baccaglioni-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing the seeds towards a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 391-405.
- Devichi, C., & Munier, V. (2013). About the concept of angle in elementary school: Misconceptions and teaching sequences. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(1), 1-19.
- Ke, F. (2014). An implementation of design-based learning through creating educational computer games: A case study on mathematics learning during design and computing. *Computers & Education*, 73, pp. 26-39.
- Kynigos, C., Psycharis, G., & Latsi, M. (2009). Meanings for angle through geometrical constructions in 3D space. In *Proceedings of the 33rd Conference of international*

*group for the psychology of mathematics education*. Thessaloniki, Greece, pp. 457–464.

Mitchelmore, M., & White, P. (1998). Development of angle concepts: A framework for research. *Mathematics Education Research Journal*, 10(3), 4-27.

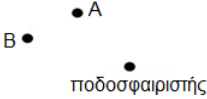

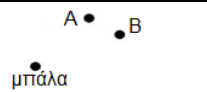
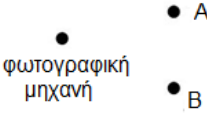

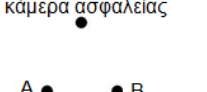
Mitchelmore, M., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209–238.

Vosniadou, S., Vamvakoussi, X., & Skopeliti, I. (2008). The Framework Theory Approach to the Problem of Conceptual Change. In S. Vosniadou (Ed.), *International handbook of research on conceptual change*. New York, NY: Routledge, pp. 3-34.

Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology-enhanced learning environments. *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 5–23.

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

**ΣΕ ΠΟΙΕΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΥΠΑΡΧΕΙ ΓΩΝΙΑ Η ΓΩΝΙΕΣ;**

Ένας ποδοσφαιριστής θέλει να δώσει πάσα σε έναν συμπαίκτη του (A) αλλά τελικά η μπάλα καταλήγει σε έναν αντίπαλο παίκτη (B):	 <p style="text-align: center;">ποδοσφαιριστής</p>
Η ρόδα ενός ποδηλάτου που κινείται:	
Ένας παίκτης μπιλιάρδου σημαδεύει έτσι ώστε να βάλει μια μπάλα στην τρύπα (A) αλλά τελικά η μπάλα πήγε σε άλλο σημείο (B):	 <p style="text-align: center;">μπάλα</p>
Ο χώρος που τραβάει φωτογραφία μια φωτογραφική μηχανή και περιλαμβάνει τον χώρο από το σημείο A έως το σημείο B:	 <p style="text-align: center;">φωτογραφική μηχανή</p>
Προστατευτικές μπάρες που κατεβαίνουν όταν περνάει το τρένο και ανεβαίνουν ξανά όταν το τρένο έχει φύγει :	
Ο χώρος τον οποίο μπορεί να καταγράψει μια κάμερα ασφαλείας και περιλαμβάνει τον χώρο από το σημείο A έως το σημείο B:	 <p style="text-align: center;">κάμερα ασφαλείας</p>



## 8<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (Εν.Ε.Δι.Μ.)

6-8 Δεκεμβρίου, 2019

ISBN: 978-9925-580-79-8

### Διοργανωτές Συνεδρίου:



### Χορηγοί:



### Διοικητική Υποστήριξη:

