

# Γνωστικά εργαλεία στη διδασκαλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου: Η περίπτωση των Λογιστικών Φύλλων<sup>1</sup>

**Κώστας Ζαχάρος, Κώστας Λαβίδας, Βασίλης Κόμης, Βασιλική Παπαγεωργίου**

T.E.E.A.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών, zacharos@upatras.gr

**Περίληψη:** Στην παρούσα έρευνα διερευνάται η δυνατότητα χρήσης του Ηλεκτρονικού Λογιστικού Φύλλου (Η.Λ.Φ.) ως βοηθητικού εργαλείου για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Ειδικότερα, το ερευνητικό μας ενδιαφέρον εστιάζεται στη διερεύνηση της συνεισφοράς του Η.Λ.Φ. σε διδακτικές καταστάσεις μαθηματικής μοντελοποίησης ρεαλιστικών προβλημάτων που περιγράφονται από τη γραμμική συνάρτηση  $y=ax + b$ . Στην ερευνητική διαδικασία έλαβαν μέρος τρεις δυνάδες μαθητών της Β Γυμνασίου, που καλέστηκαν να επιλύσουν ένα λεκτικό πρόβλημα με συμβατικό τρόπο και στη συνέχεια με τη χρήση κατάλληλου Λογιστικού Φύλλου. Η ποιοτική αξιολόγηση των δεδομένων υπογραμμίζει τη διδακτική αξία της χρήσης του εν λόγω εργαλείου στη μαθηματική εκπαίδευση.

## Εισαγωγή

Τα νέα αναλυτικά προγράμματα της μαθηματικής εκπαίδευσης στο Γυμνάσιο προτρέπουν στη δημιουργία διδακτικών καταστάσεων με τη χρήση κατάλληλων προβλημάτων που προσφέρονται για μαθηματική μοντελοποίηση. Επιπρόσθετα δίνουν τη δυνατότητα για τη χρησιμοποίηση ποικίλων γνωστικών αντικειμένων από διαφορετικές επιστημονικές περιοχές. Η διδασκαλία, για παράδειγμα, των γραμμικών συναρτήσεων που περιλαμβάνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών της Β Γυμνασίου και αποτελεί αντικείμενο παραγμάτευσης της παρούσας έρευνας, είναι ένα γνωστικό αντικείμενο που εκτός από τους συμβατικούς τρόπους προσέγγισης, μπορεί να προσεγγιστεί μέσω κατάλληλων ρεαλιστικών προβλημάτων. Η μετατροπή των εμπειρικών δεδομένων που παρουσιάζονται στα πραγματικά προβλήματα σε έγκυρο μαθηματικό φορμαλισμό, προϋποθέτει την εννοιολογική κατανόηση των συναρτησιακά μεταβαλλόμενων εννοιών και την ικανότητα αναπαράστασης των εμπλεκόμενων μεγεθών. Στην πορεία της μοντελοποίησης η χρήση του Ηλεκτρονικού Υπολογιστή (Η.Υ.) και ειδικότερα του Ηλεκτρονικού Λογιστικού Φύλλου (Η.Λ.Φ.) μπορεί να συνεισφέρουν ουσιαστικά: από τη μια μειώνοντας τον υπολογιστικό φόρτο των μαθητών, απελευθερώνοντας πολύτιμο για τη διδασκαλία χρόνο και από την άλλη, τα δυναμικά χαρακτηριστικά του «εργαλείου» διευκολύνουν στον άμεσο έλεγχο των εικασιών και υποθέσεων σχετικά με τα

---

<sup>1</sup> Ζαχάρος, Κ. Λαβίδας, Κ. Κόμης, Β. και Παπαγεωργίου, Β. (2007). Γνωστικά εργαλεία στη διδασκαλία των μαθηματικών του Γυμνασίου: Η περίπτωση των Λογιστικών Φύλλων. Πρακτικά 2<sup>ο</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών, σελ. 468-477, Τυπωθήτω, Αθήνα.

παραγόμενα αποτελέσματα στις περιπτώσεις τροποποίησης των μεταβλητών και των τιμών τους.

Οι σύγχρονες προσεγγίσεις που απαντώνται στη μαθηματική εκπαίδευση αξιώνουν από τους μαθητές να μαθαίνουν με τρόπους που θα ενισχύουν την αυτονομία τους, καθώς και τις διαδικασίες εξερεύνησης (πχ. Schorr, 2003). Επιπρόσθετα, προτείνεται εμφαντικά η διδασκαλία να προσφέρει στους μαθητές ένα πλαίσιο πλούσιων μαθηματικών εμπειριών που θα τους δίνει τη δυνατότητα να ξεπερνούν τη συμβατική αντιμετώπιση των μαθηματικών σε μια απλή αλληλουχία «συμβάντων» ή «τεχνικών» προς απομνημόνευση και αναπαραγωγή, χωρίς συχνά να συνοδεύονται από την αναγκαία κατανόηση.

Η παρούσα έρευνα επιχειρεί να διερευνήσει πώς, στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος του Γυμνασίου, το Ηλεκτρονικό Λογιστικό Φύλλο (Η.Λ.Φ.) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως υποστηρικτικό εργαλείο για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Ειδικότερα στην περίπτωση της έρευνάς μας το ενδιαφέρον εστιάζεται στην ανάπτυξη διαδικασιών μαθηματικής μοντελοποίησης ρεαλιστικών προβλημάτων.

### **Τα Λογιστικά Φύλλα και η χρήση τους στη μαθηματική εκπαίδευση**

Στις αρχές της δεκαετίας του 1980 η εκπαιδευτική κοινότητα, μελετώντας τις δυνατότητες των υπολογιστών κυρίως ως εργαλείων που μπορούν να υποστηρίξουν τη μάθηση και λαμβάνοντας υπόψη την προγραμματιστική φύση τους για την επίλυση προβλημάτων, διαπίστωσε ότι το Η.Λ.Φ. θα μπορούσε να προσφέρει ένα περιβάλλον διαχείρισης πληροφοριών και παράλληλα να συνεισφέρει στη διδασκαλία περιοχών από τα σχολικά μαθηματικά (Baker & Sugden, 2003, Komis et al., 2006). Τα Η.Λ.Φ. επιτρέπουν, για παράδειγμα, στους μαθητές να εξερευνούν τις γραμμικές συναρτήσεις με τη χρήση δυναμικών γραφικών, καθώς και να αναπαριστούν και να ελέγχουν τις καταστάσεις που περιγράφονται με γραμμικές συναρτήσεις. Με τα Η.Λ.Φ. οι μαθητές μπορούν να ελέγχουν την ορθότητα των προβλέψεών τους τοποθετώντας τιμές στο μαθηματικό μοντέλο που κατασκεύασαν και να παρατηρούν τις αντίστοιχες αλλαγές στη γραφική παράσταση. Επίσης, η χρήση των Η.Λ.Φ. δίνει τη δυνατότητα για μια άμεση αξιολόγηση των σχέσεων μεταξύ των ποιοτικών και ποσοτικών χαρακτηριστικών της γραφικής παράστασης και των δεδομένων του προβλήματος. Στην περίπτωση μοντελοποίησης προβλήματος με τα Η.Λ.Φ. ο μαθητής δεν χάνει τη σύνδεση ανάμεσα στο πρόβλημα και τη λύση. Τα Η.Λ.Φ. θεωρούνται «γνωστικά εργαλεία» (cognitive tools) (Tabach & Friedlander, 2004, Ruthven & Hennessy, 2002) που διευκολύνουν τους μαθητές να γεφυρώνουν το χάσμα ανάμεσα τον αριθμητικό και τον αλγεβρικό συλλογισμό, παρέχοντας τη βάση για μια αλγεβρική προσέγγιση του προβλήματος (Sutherland & Balacheff, 1999). Παράλληλα, τα Η.Λ.Φ., λειτουργούν ως 'διανοητικοί συνεργάτες' του μαθητή υποστηρίζοντας και ενισχύοντας την κριτική σκέψη και την ανάπτυξη γνώσεων και δεξιοτήτων υψηλού επιπέδου (Depover et al., 2007). Τα γνωστικά εργαλεία αυτού του είδους βασίζονται στην ιδέα ότι οι άνθρωποι μαθαίνουν

περισσότερο κατασκευάζοντας και αιτιολογώντας τα δικά τους μοντέλα παρά μελετώντας τα μοντέλα των άλλων. Οι μαθητές χρησιμοποιώντας γνωστικά εργαλεία για να κατασκευάσουν μοντέλα ώστε να αναπαραστήσουν τις γνώσεις τους, μπαίνουν σε διαδικασίες σύνθετης κριτικής σκέψης καθώς αναλύουν, συσχετίζουν, συνθέτουν, επιλύουν προβλήματα και λαμβάνουν αποφάσεις. Συμπερασματικά, από την προοπτική της παιδαγωγικής, οι υπολογιστικές τεχνολογίες προσελκύουν το ενδιαφέρον των μαθητών, ενισχύουν την αυτονομία τους, διευκολύνουν τη συνεργατική μάθηση και συνεισφέρουν στην ανάπτυξη των ερευνητικών τους ενδιαφερόντων.

Στα πλαίσια της προσέγγισής μας η έμφαση δίνεται κύρια στα πλεονεκτήματα του τεχνολογικού εργαλείου, υπογραμμίζοντας, εντούτοις, ότι τα εργαλεία και το εκπαιδευτικό υλικό δεν μπορούν από μόνα τους, αυθόρμητα, να οδηγήσουν στην ανάπτυξη μαθηματικών ιδεών, αφού η οικειοποίηση των μαθηματικών εννοιών σχετίζεται με τις εκπαιδευτικές εμπειρίες και την ενεργό δράση των μαθητών στη διαδικασία μάθησης.

### **Μεθοδολογία**

**Σκοπός της έρευνας.** Σκοπός της έρευνάς μας είναι να μελετηθεί η δυνατότητα χρήσης ενός υπολογιστικού περιβάλλοντος ως υποβοηθητικού εργαλείου για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Ειδικότερα μελετάται η συνεισφορά των Η.Λ.Φ. στη διαδικασία μαθηματικής μοντελοποίησης λεκτικών προβλημάτων και στο μετασχηματισμό τους σε έγκυρες μορφές μαθηματικού φορμαλισμού, όπως είναι οι αλγεβρικές εκφράσεις και οι γραφικές παραστάσεις. Το μαθηματικό περιεχόμενο των προτεινόμενων προβλημάτων σχετίζεται με τη γραμμική συνάρτηση της μορφής  $y=ax + b$ .

**Ερευνητική διαδικασία.** Στην ερευνητική διαδικασία έλαβαν μέρος τρεις δυάδες μαθητών της Β΄ τάξης Γυμνασίου (1η, 2η και 3η ομάδα). Η επιλογή των μαθητών έγινε με κριτήριο οι επιδόσεις τους στα μαθήματα της Πληροφορικής και των Μαθηματικών να είναι τουλάχιστον καλές. Όλοι τους είχαν διδαχθεί στο μάθημα της πληροφορικής τη χρήση του Ηλεκτρονικού Λογιστικού Φύλλου, καθώς και το αντικείμενο των γραμμικών συναρτήσεων.

Η έρευνα είναι μια πιλοτική έρευνα με τα χαρακτηριστικά της μελέτης περίπτωσης (case study). Η συλλογή και αξιολόγηση των δεδομένων βασίστηκε σε μια ποιοτική προσέγγιση των ακολουθούμενων στρατηγικών μοντελοποίησης από τις ομάδες των μαθητών, καθώς και των μορφών αλληλεπίδρασης που εμφανίζονται. Η ερευνητική διαδικασία αφορά στην εμπλοκή των συμμετεχόντων μαθητών, με την υποστήριξη του εκπαιδευτικού, σε μια κατάσταση επίλυσης προβλήματος. Το πρόβλημα αναφέρεται στην αξιολόγηση προσφορών κινητής τηλεφωνίας, γεγονός που εμπίπτει στην καθημερινότητα και τα ενδιαφέροντα των μαθητών.

Αρχικά οι μαθητές υπόκεινται σε διδασκαλία και αξιολόγηση των γνώσεών τους στη χρήση του λογισμικού Microsoft Excel, ώστε η μετέπειτα διαδικασία μοντελοποίησης μέσω των Η.Λ.Φ. να μην προσκρούει σε τεχνικά προβλήματα

χρήσης του Excel. Τα δεδομένα αυτής της αξιολόγησης δεν θα αποτελέσουν αντικείμενο σχολιασμού της παρούσας έρευνας.

Το πρόβλημα που καλούνται να μοντελοποιήσουν οι μαθητές περιγράφεται σε φύλλο εργασίας (Φ.Ε.) που δίνεται ατομικά σε κάθε μαθητή. Η κατασκευαστική αντίληψη που διέπει το Φ.Ε. είναι να διευκολύνει τους μαθητές στη διαδικασία μοντελοποίησης και αποτυπώνει μια νοητική πορεία από το μερικό και συγκεκριμένο, στο γενικό και αφηρημένο. Η διαδικασία μοντελοποίησης που ακολουθείται στο Φ.Ε. επιχειρείται να μεταφερθεί από τους μαθητές στο περιβάλλον του Η.Λ.Φ. που είναι κατάλληλα διαμορφωμένο για τις ανάγκες του προβλήματος. Τέλος, για την κατασκευαστική αρτιότητα του Φ.Ε. και του κατάλληλα διαμορφωμένου Η.Λ.Φ., προσμετρήσαμε το περιεχόμενο του αναλυτικού προγράμματος Μαθηματικών και Πληροφορικής της Β' Τάξης Γυμνασίου, καθώς και τα αντίστοιχα σχολικά εγχειρίδια Πληροφορικής και Μαθηματικών. Η έρευνα έγινε σε κατάλληλα διαμορφωμένη αίθουσα με υπολογιστή, όπου συμμετέχουν διαδοχικά οι ομάδες των μαθητών και όλη η διαδικασία, διάρκειας περίπου μιας ώρας για κάθε ομάδα, βιντεοσκοπείται από κάμερα. Τα δεδομένα (βίντεο, φύλλα εργασίας, γραπτές σημειώσεις) αναλύθηκαν με τη βοήθεια του λογισμικού Collaboration Analysis Tool (CoIAT) (Anouris et al., 2007). Οι μαθητές ορίζουν απ' την αρχή ποιος θα χρησιμοποιεί το ποντίκι και ο εκπαιδευτικός σε όλη τη διάρκεια της έρευνας παρεμβαίνει είτε για να υπενθυμίσει τη χρήση του λογισμικού είτε για να καθοδηγήσει, όταν χρειάζεται, την πορεία επίλυσης.

### **Τα εμπειρικά ευρήματα και η αξιολόγησή τους**

#### ***Εισαγωγή στη διδακτική κατάσταση. Ποιοτική συσχέτιση των μεταβλητών του προβλήματος***

Εισαγωγικά στο Φ.Ε. παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος προτρέποντας τους μαθητές να σκεφτούν πάνω σ' αυτά («Ας προσπαθήσουμε να σκεφτούμε...», βλέπε στο Φ.Ε.). Σκοπός μας είναι να δημιουργηθεί το κατάλληλο πλαίσιο συμφραζομένων που θα εντάξει τους μαθητές στην ατμόσφαιρα του προβλήματος και παράλληλα θα δώσει τη δυνατότητα για μια πρώτη εισαγωγική κατανόηση των γενικών χαρακτηριστικών του προβλήματος, καθώς και των σχέσεων που το συνθέτουν. Ο ποιοτικός προσδιορισμός των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών του προβλήματος επιχειρείται να καταγραφεί στον προτεινόμενο «εννοιακό χάρτη» (concept map) του «πρώτου βήματος» (Φ.Ε.).

Πράγματι, οι μαθητές ανταποκρίνονται επιτυχώς στην ποιοτική συσχέτιση των παραμέτρων του προβλήματος, γεγονός που αποτυπώνεται στο απόσπασμα διαλόγου που παρατίθεται (1<sup>ος</sup> διάλογος). Επιπλέον, στο 2<sup>ο</sup> βήμα, οι παράμετροι του προβλήματος συσχετίζονται επιτυχώς και παίρνουν τη μορφή μιας εισαγωγικής μαθηματικής τυποποίησης.

Εκ<sup>1</sup>: Να μάθουμε λοιπόν με ποιόν τρόπο θα συνδέσουμε με βέλη αυτές τις ποσότητες. Για να το συζητήσουμε λίγο.

P: [...] Όλα πρέπει να τα συνδέσουμε;

Εκ: Δεν ξέρω...αν κάποια νομίζεις ότι δεν πρέπει να συνδεθούν...

Εκ: Ελένη τελείωσες; Να το κουβεντιάσουμε τώρα;

[...]

P: Κόστος για κάθε λεπτό, με ποσό πληρωμής λεπτών γιατί αν το κόστος λεπτών με τα λεπτά ομιλίας τα πολλαπλασιάσουμε βγάζουμε το ποσό πληρωμής.

Εκ: Ναι, Ελένη συμφωνείς, έτσι;

E: Ναι.

P: Αυτό (το ποσό πληρωμής των λεπτών) αν το προσθέσουμε στο πάγιο δίνει το συνολικό ποσό πληρωμής.

### **1<sup>ος</sup> διάλογος: Ποιοτική συσχέτιση των μεταβλητών του προβλήματος (1<sup>η</sup> Ομάδα)**

#### ***Το περιβάλλον του Excel. Η συνεισφορά του τεχνικού εργαλείου***

Στο 3<sup>ο</sup> βήμα (Φ.Ε.) επιχειρείται η μεταφορά της προηγούμενης αλγεβρικής γνώσης στο περιβάλλον του Excel. Οι μαθητές καλούνται να εισάγουν την αλγεβρική μορφή του 2<sup>ου</sup> βήματος στην επιφάνεια εργασίας του Excel (2<sup>ος</sup> διάλογος).

P: ...εε...στο B9 γράφουμε τον τύπο...είναι...

P: ...είναι B5 επί D5...

Εκ: Πάμε να το γράψουμε. Και γιατί αυτό;

P: Γιατί...έτσι συνδέεται εδώ (επικαλείται το 2<sup>ο</sup> βήμα και κάνει τις ενδεδειγμένες ενέργειες).

Εκ: Κι αυτό που αλλού πρέπει να το συμπληρώσουμε;

P: Και στο συνολικό ποσό πληρωμής. Είναι...

Εκ: Δηλαδή τι θα βάλουμε;

E: (κάνει κλικ στο E9)

E: Εεε...F5 (πληκτρολογεί =F5) συν το B9 (πληκτρολογεί B9 και πατάει enter).

### **2<sup>ος</sup> διάλογος: Εισαγωγή στο περιβάλλον του Excel (1<sup>η</sup> Ομάδα)**

---

<sup>1</sup> Εκ=Εκπαιδευτικός, ενώ τα κεφαλαία, όπως P, E κ.λπ. αντιστοιχούν σε αρχικά ονομάτων των μαθητών.

Οι μαθητές της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> ομάδας εισάγοντας συγκεκριμένους αριθμούς και θέτοντας μηδενικό πάγιο διαπιστώνουν ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης είναι ευθεία. Η δυναμική του εργαλείου διευκολύνει στον εντοπισμό ποιοτικών ιδιοτήτων της συνάρτησης (για παράδειγμα: «έχει άνοδο...», «όσο αυξάνονται τα λεπτά επικοινωνίας αυξάνεται και το ποσό πληρωμής»). Αντίθετα, η 3<sup>η</sup> ομάδα δυσκολεύεται να προσδιορίζει τη μορφή της γραφικής παράστασης.

Η παρατήρηση και ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων που συλλέξαμε από τις τρεις ομάδες των μαθητών καταδεικνύουν τα εξής:

I. Οι δυνάδες των μαθητών προσδιόρισαν ποιοτικά τη σχέση των μεγεθών: λεπτά ομιλίας-ποσό πληρωμής, δηλώνοντας είτε ότι, «όσο αυξάνονται τα λεπτά επικοινωνίας αυξάνεται και το ποσό πληρωμής» (μαθήτρια 2<sup>ης</sup> ομάδας) είτε ότι, «όταν πολλαπλασιάζεται το ένα, πολλαπλασιάζεται και το άλλο» (μαθητής 3<sup>ης</sup> ομάδας), ενώ στη μορφή  $y=ax$  της συνάρτησης αναγνωρίζεται η αναλογία των συσχετιζόμενων μεγεθών.

II. Σχετικά με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης δύο ανάλογων ποσών, η πρώτη και δεύτερη ομάδα διακρίνουν ήδη από τα πρώτα σημεία της γραφικής παράστασης ότι πρόκειται για ευθεία. Για παράδειγμα, στην πρώτη ομάδα διαπιστώνεται ότι η γραφική παράσταση είναι: «Μια ευθεία γιατί τα ποσά είναι ανάλογα». Στη δεύτερη ομάδα επισημαίνεται ότι: «Αν ενώσουμε τα σημεία πάνω στον πίνακα θα σχηματιστεί ένα ευθύγραμμο τμήμα» που «διέρχεται από την αρχή των αξόνων», ενώ στην τρίτη ομάδα μετά από αρκετή διστακτικότητα διαπιστώνεται ότι είναι «γραμμή, ευθεία».

III. Στην πορεία κατασκευής του τύπου για την επίλυση του προβλήματος, το περιβάλλον του Η.Λ.Φ. υποστηρίζει την ανάπτυξη του αλγεβρικού συλλογισμού. Ο προσδιορισμός του ποσού πληρωμής των λεπτών που πρέπει, για παράδειγμα, να καταγραφεί στο κελί B9, σημειώνεται σε μια αλγεβρική γλώσσα B5\*D5. Επίσης, ο προσδιορισμός του συνολικού ποσού προκύπτει από την πρόσθεση των αποτελεσμάτων του κελιού F5 και B9 που σημειώνονται, λόγω της λειτουργίας του εργαλείου, σε μια αλγεβρική μορφή: F5+B9 (2<sup>ος</sup> διάλογος ).

Εν τούτοις, φαίνεται ότι οι μαθητές της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> ομάδας δεν αντιλαμβάνονται τη δυνατότητα και τη δύναμη του μοντέλου και διστάζουν να αποδεχτούν το γεγονός ότι κατασκεύασαν ένα μοντέλο επίλυσης του προβλήματος, το οποίο μπορεί να λειτουργήσει ως «μηχανή» παραγωγής συγκεκριμένων αποτελεσμάτων, όταν τροφοδοτηθεί με άλλα δεδομένα. Συμπερασματικά, αν και το Η.Λ.Φ. φαίνεται να υποστηρίζει τον αλγεβρικό συλλογισμό, εν τούτοις οι μαθητές διστάζουν να αποδεχτούν ότι το παραχθέν μοντέλο μπορεί να ανταποκριθεί σε περιπτώσεις διαφορετικών τιμών από αυτές που εμπλέκονται στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Το τελευταίο τεκμαίρεται από τη διατύπωση της ανάγκης προσφυγής των μαθητών της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> ομάδας στο συγκεκριμένο εμπειρικό πλαίσιο αναφοράς, που δίνει αυτοπεποίθηση στους μαθητές και επιβεβαιώνει την αξιοπιστία του περιβάλλοντος του Η.Λ.Φ. Τα προβλήματα των αμφιβολιών που εκδηλώνονται σχετικά με την

κατασκευαστική αξιοπιστία του μοντέλου αντιμετωπίζονται με τη βοήθεια «συμβατικών» τρόπων, όπως το Φ.Ε. στο οποίο προσφεύγουν για να επιβεβαιώσουν με στυλό την ορθότητα των αυτοματοποιημένων υπολογισμών (3<sup>ος</sup> διάλογος).

Εκ: Έχω την εντύπωση όμως ότι αμφιβάλετε λιγάκι, γιατί αμφιβάλετε;

Χ: Γιατί δεν έχω κάνει μόνη μου τις πράξεις, γι' αυτό.

Εκ: Θα μας βόλευε λέτε για να μη χρησιμοποιήσουμε χαρτί και μολύβι να βάλουμε κάποιους βολικούς αριθμούς.

Χ: Πιο εύκολους.

[...]

Μ: Να το κάνω σε χαρτί;

Εκ: Δηλαδή πώς θα έπρεπε να το υπολογίσεις; πώς θα το υπολόγιζες στο χαρτί εσύ;

Μ: Θα έκανα 4 επί 0,20.

Μ: 0,8, οκ!

Εκ: Τελικά Σωστό ή λάθος;

Μ: Σωστό.

### 3<sup>ος</sup> διάλογος: Αμφιβολίες και προσφυγή σε συμβατικές μεθόδους (2<sup>η</sup> Ομάδα)

VI. Η δυναμική αναπαράσταση των δεδομένων στο γράφημα, φαίνεται να αποδεσμεύει τους μαθητές από τους σύνθετους αριθμητικούς υπολογισμούς ευνοώντας την ανάπτυξη των αναγκαίων για την επίλυση του προβλήματος νοητικών διεργασιών. Επιπρόσθετα ενισχύεται η ανάπτυξη επιστημονικών πρακτικών όπως, η διατύπωση αμφισβητήσεων, εικασιών και υποθέσεων, που είναι εύκολα ελέγξιμες από το εργαλείο (4<sup>ος</sup> διάλογος).

Χ: Ότι αν ενώσουμε τα σημεία πάνω στον πίνακα, θα σχηματιστεί ένα ευθύγραμμο τμήμα.

Εκ: Από πού αλλού περνάει αυτό το ευθύγραμμο τμήμα;

Χ: Από τις τελείες αυτές εδώ (δείχνει στο γράφημα).

Μ: Δηλαδή άμα εδώ πέρα βάλουμε κι άλλα (δείχνει στον πίνακα) θα πηγαίνει πιο πάνω.

Εκ: Ο εκπαιδευτικός παροτρύνει να δοκιμάσουν.

Μ: Παραπάνω απ' αυτό που έχουμε εμείς.

Μ: Εκτός αν βάλουμε ας πούμε 20, οπότε θα πάει πιο κάτω.

Εκ: Οπ, εγώ δεν βλέπω να πηγαίνει πιο κάτω.

M: Όσο είναι μεγαλύτερο τόσο πιο ψηλά πάει.

X: Όσο αυξάνονται τα λεπτά επικοινωνίας αυξάνεται και το ποσό πληρωμής.

#### **4<sup>ος</sup> διάλογος: Το «εργαλείο» διευκολυντής επιστημονικών πρακτικών (2<sup>η</sup> Ομάδα)**

##### **Σύνοψη – Συζήτηση**

Με την παρούσα έρευνα επιχειρήθηκε να αναδειχθεί η συνεισφορά των υπολογιστικών τεχνολογιών και ειδικότερα των Η.Λ.Φ. στη διδασκαλία των μαθηματικών της Β Γυμνασίου. Τα Η.Λ.Φ. μπορούν να ενταχθούν λειτουργικά στη διδασκαλία των μαθηματικών και να διευκολύνουν με τις εντολές αυτόματης λειτουργίας που διαθέτουν, όπως αθροίσματος, αυτόματης αρίθμησης, στρογγυλοποίησης κ.λπ., μορφοποίησης των αξόνων συστήματος συντεταγμένων και κατασκευής γραφημάτων, με τη διευκόλυνση της διαδικασίας μαθηματικοποίησης ρεαλιστικών προβλημάτων.

Στην έρευνά μας η συνεισφορά των Η.Λ.Φ. εντοπίστηκε κύρια σε δύο σημεία: Στην αυτοματοποίηση των υπολογισμών και στη δυναμική αναπαράσταση των δεδομένων.

Η αυτοματοποίηση των υπολογισμών αναφέρεται στη δυνατότητα των ΗΛΦ να πραγματοποιούν αυτόματους – άμεσους υπολογισμούς για διαφορετικά δεδομένα ανάλογα με το μαθηματικό μοντέλο με συνέπεια τη σαφή μείωση του φόρτου των αριθμητικών υπολογισμών.

Η δυναμική αναπαράσταση δεδομένων αφορά στην αυτόματη παρουσίαση των αποτελεσμάτων είτε στα επιλεγμένα κελιά που περιέχουν τα μαθηματικά μοντέλα είτε σε μορφή γραφήματος. Ένα επιπρόσθετο στοιχείο της δυναμικής αναπαράστασης είναι η αυτόματη αλγεβρική παρουσίαση των δεδομένων, κάνοντας κλικ πάνω στα αντίστοιχα κελιά. Οι δυνατότητες αυτές των Η.Λ.Φ. είναι αποτέλεσμα της λειτουργίας του διερμηνευτή εντολών, δηλαδή του μηχανισμού αυτόματης μεταγλώττισης και εκτέλεσης των εντολών στο περιβάλλον εργασίας κατά την στιγμή της εισαγωγής τους.

Τα δύο αυτά στοιχεία, η αυτοματοποίηση δηλαδή των υπολογισμών και τα δυναμικά χαρακτηριστικά του εργαλείου, αποτελούν τα ισχυρά πλεονεκτήματα του συγκεκριμένου εργαλείου αφού δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να παρακολουθούν την παράλληλη συσχέτιση δεδομένων και γραφικής αναπαράστασης και να προβαίνουν σε εικασίες και υποθέσεις με δυνατότητα άμεσης επαλήθευσης.

Εν τούτοις, παρατηρήθηκε μια έλλειψη εμπιστοσύνης προς το τεχνικό εργαλείο, που στη σχετική βιβλιογραφία αποδίδεται ως «αδιαφάνεια» (non transparency) των υπολογιστικών συστημάτων (Dix, et al., 2003). Τα προβλήματα «αδιαφάνειας» οφείλονται στο γεγονός ότι, οι περισσότερες λειτουργίες του ηλεκτρονικού υπολογιστή δεν είναι άμεσα εμφανείς και οικείες ή προβλέψιμες στους χρήστες, με



αποτέλεσμα συχνά να δημιουργούνται παρανοήσεις και προβλήματα εμπιστοσύνης σχετικά με την αξιοπιστία τους.

Συμπερασματικά, η εισαγωγή του Ηλεκτρονικού Λογιστικού Φύλλου στη διδασκαλία μαθηματικών αντικειμένων φαίνεται να έχει σημαντικά πλεονεκτήματα. Από την άποψη της διαχείρισης του χρόνου διδασκαλίας, η χρήση του Η.Λ.Φ. διευκολύνει την εργασία του εκπαιδευτικού δίνοντας τη δυνατότητα επικέντρωσης περισσότερο στους διδακτικούς στόχους και όχι σε επιμέρους δυσκολίες που μπορεί να αντιμετωπίζουν τα παιδιά, όπως συχνά είναι οι σύνθετοι και κοπιώδεις υπολογισμοί. Επίσης, από την παιδαγωγική οπτική, συμβάλλει στην τροποποίηση της παραδοσιακής σχέσης διδασκαλίας που βασίζεται στη μεταβίβαση τυπικών γνώσεων από τον καθηγητή των μαθηματικών στο μαθητή. Στο νέο διδακτικό περιβάλλον, που προσιδιάζει σε αυτό του εργαστηρίου, ο καθηγητής των μαθηματικών είναι ο σύμβουλος και ο ενισχυτής της προσπάθειας των μαθητών. Ο υπολογιστής και τα μέσα που τον συνοδεύουν, ανατρέπουν την ισχύουσα κατάσταση στην εκπαιδευτική διαδικασία και συμβάλλουν τόσο στην καλλιέργεια μιας νέας παιδαγωγικής αντίληψης, διευκολύνοντας νέους και ενεργητικούς τρόπους μάθησης, όσο και στην ανάπτυξη νέων στάσεων και δεξιοτήτων των μαθητών.

## Βιβλιογραφία

- Avouris, N. Fiotakis, G. Kahrimanis, G. Margaritis, M. & Komis, V. (2007). Beyond logging of fingertip actions: analysis of collaborative learning using multiple sources of data. *Journal of Interactive Learning Research JILR*, 18( 2), 231-250.
- Baker, J., Sugden, S., (2003). Spreadsheets in Education–The First 25 Years, <http://www.sie.bond.edu.au>.
- Depover, Ch., Karsenti, T., & Komis, V. (2007). *Enseigner avec les Technologies : Favoriser les apprentissages, développer des compétences*, Presses de l'Université du Quebec, Montréal.
- Dix, A. Finlay, J. Abowd, G. Beale, R. (2004). *Επικοινωνία Ανθρώπου Υπολογιστή*. Εκ., Γκιούρδας. Αθήνα.
- Komis, V., Lavidas, K., Papageorgiou, V., Zacharos, K. & Politis, P. (2006). L'enseignement du tableur au collège en Grèce : étude de cas et implications pour une approche interdisciplinaire. In Pochon L.-O., Bruillard E. & Maréchal A., *Apprendre (avec) les logiciels: Entre apprentissages scolaires et pratiques professionnelles*, Neuchâtel – Lyon : IRDP – INRP, pp.253-260.
- Ruthven, K., and Hennessy, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics* 49 (1), 47—88.
- Schorr, R. Y. (2003). Motion, speed, and other ideas that “should be put in books”. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 467-779
- Tabach, M., Friedlander, A., (2004). Levels of Student Responses in a Spreadsheet-Based Environment. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2*, 423–430.

Sutherland, R. Balacheff, N. (1999). Didactical Complexity of Computational Environments for the Learning of Mathematics, the *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Vol. 4, 1-26.

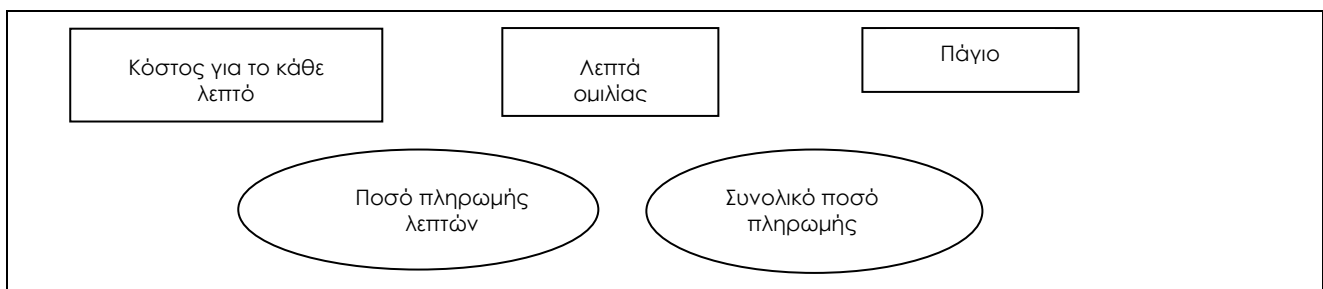
### Φύλλο εργασίας

**Το Πρόβλημα.** Μια τηλεφωνική εταιρεία χρεώνει κάθε μήνα ένα σταθερό πόσο ανεξάρτητα από την χρήση του τηλεφώνου, το ποσό αυτό ονομάζεται πάγιο. Επιπλέον κάθε λεπτό συνομιλίας χρεώνεται με ένα σταθερό ποσό, δηλαδή υπάρχει χρονοχρέωση. Ένας φίλος σας θα ήθελε να γίνει συνδρομητής σ' αυτή την εταιρεία. Μπορείτε να τον βοηθήσετε να κάνει κάποιες σκέψεις; .....

**Ας προσπαθήσουμε να σκεφτούμε...**

Αν η εταιρεία κινητής τηλεφωνίας χρεώνει το πάγιο με 15,60€ για κάθε μήνα, ποια άλλα στοιχεία θα πρέπει να συνυπολογίσει ο φίλος σας για να βρει πόσο θα πληρώνει κάθε μήνα; Δώστε ένα δικό σας παράδειγμα με συγκεκριμένες τιμές.

**1<sup>ο</sup> βήμα.** Με βάσει τις προηγούμενες σκέψεις σας, προσδιορίστε τα αντίστοιχα στοιχεία που χρησιμοποιήσατε τα οποία συμπεριλαμβάνονται στο παρακάτω πλαίσιο. Συνδέστε με βέλη αυτά τα στοιχεία. Δικαιολογήστε αυτή σας την ενέργεια.



**2<sup>ο</sup> βήμα.** Ορίστε τώρα τις αλγεβρικές σχέσεις που συνδέουν τα παραπάνω στοιχεία. Πώς προκύπτει ο τύπος που μας δίνει το «ποσό πληρωμής λεπτών» και πώς ο τύπος για το «συνολικό ποσό πληρωμής»; Συμπληρώστε κατάλληλα τις παρακάτω σχέσεις:

Ποσό πληρωμής λεπτών =
Συνολικό ποσό πληρωμής =

**3<sup>ο</sup> βήμα.** Με βάση τις γνώσεις σας για τη σύνταξη τύπων στο Excel, πρέπει να μετατρέψετε κατάλληλα τις παραπάνω σχέσεις σε μορφή τύπων στα αντίστοιχα κελιά του φύλλου σας στο Excel. Ποιοι θα είναι λοιπόν οι τύποι που θα γράψετε στα κελιά B9 και E9; Πληκτρολογήστε τους στα αντίστοιχα κελιά.

**4<sup>ο</sup> βήμα.** Επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία (με κόστος ανά λεπτό ομιλίας 0,20€ και πάγιο 0€), υπολογίστε το συνολικό ποσό πληρωμής για 4, 40, 30, 45 και 50 λεπτά ομιλίας και συμπληρώστε τον πίνακα που βλέπετε (με τα λεπτά ομιλίας και το συνολικό ποσό πληρωμής).

Παρατηρήστε ότι τα ζεύγη τιμών που συμπληρώνετε αντιστοιχούν σε σημεία στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων που έχετε μπροστά σας. Μπορείτε να βγάλετε κάποιο συμπέρασμα για το είδος της γραμμής που θα προκύψει αν ενώσουμε όλα τα σημεία; Αν δεν είναι αρκετά τα σημεία που

έχετε, συμπληρώστε και τις υπόλοιπες γραμμές του πίνακα βάζοντας κι άλλες τιμές. Τι παρατηρείτε;