

**ΚΩΣΤΑΣ ΖΑΧΑΡΟΣ**

# **Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση**

**Θεωρητικές Προσεγγίσεις  
και Πρακτικές Εφαρμογές**

**Κώστας Ζαχάρος**

**Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση.  
Θεωρητικές Προσεγγίσεις και Πρακτικές Εφαρμογές**

Α΄ Έκδοση 2013

**Επιμέλεια εξωφύλλου -**

**Ηλεκτρονική σελιδοποίηση:**

Γιάννης Παπαδημητρόπουλος

Copyright © Εκδόσεις ΚΑΜΠΥΛΗ, Κώστας Ζαχάρος

**Εκδόσεις ΚΑΜΠΥΛΗ**

Αντιγόνης 60, 104 42 Αθήνα

Τηλ. +30 2105156810 -20 -30

Fax +30 2105156811

[www.kambili.gr](http://www.kambili.gr)

**Κώστας Ζαχάρος**

Τηλ. +30 6979074502

e-mail [zacharos@otenet.gr](mailto:zacharos@otenet.gr)

Απαγορεύεται σύμφωνα με το νόμο η ολική ή μερική αναδημοσίευση του έργου αυτού, καθώς και η διασκευή ή αναπαραγωγή του με οποιοδήποτε τυποτεχνικό, ηλεκτρονικό ή άλλο μέσο χωρίς τη γραπτή άδεια του εκδότη.

ISBN: 978-960-6899-14-0

# Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση

*Θεωρητικές Προσεγγίσεις και Πρακτικές Εφαρμογές*

**ΚΩΣΤΑΣ ΖΑΧΑΡΟΣ**

ΕΚΔΟΣΕΙΣ **ΚΑΜΠΥΛΗ**

Αθήνα, 2013



# Περιεχόμενα

<b>Προλεγόμενα</b>	<b>15</b>
<b>Εισαγωγικά</b>	<b>17</b>
Οι μεταρρυθμίσεις στα προγράμματα διδασκαλίας των Μαθηματικών	17
Η μαθηματική δραστηριότητα	19
Ο ρόλος του εκπαιδευτικού υλικού στη διδασκαλία	19
Μορφές καταγραφής δεδομένων και ιδεών	20
Αντικείμενα των μαθηματικών που προτείνονται για διδασκαλία	21
Επίλυση μαθηματικού προβλήματος	21
Ανάπτυξη της ικανότητας αιτιολόγησης	22
Μορφές αλληλεπίδρασης στη σχολική τάξη	22
Ο ρόλος της θεωρίας στη διδακτική πράξη	23
Έρευνα και διδασκαλία. Δύο διακριτές περιοχές σε αλληλεπίδραση	25
Ο ρόλος του παιχνιδιού στη μάθηση	28
Πώς να διαβαστεί το παρόν βιβλίο	29
Βιβλιογραφία	29
<b>Κεφάλαιο Πρώτο</b>	
<b>Η έννοια της δραστηριότητας</b>	<b>33</b>
Το κίνητρο και ο σκοπός της δραστηριότητας	34
Διαμεσολάβηση και μάθηση	34
Βιβλιογραφία	38
<b>Κεφάλαιο Δεύτερο</b>	
<b>Ο ρόλος του εκπαιδευτικού υλικού στη μάθηση</b>	<b>41</b>
Η συνεισφορά του εκπαιδευτικού υλικού στη μαθηματική εκπαίδευση. Ένα παράδειγμα	46

Βιβλιογραφία	47
--------------	----

### **Κεφάλαιο Τρίτο**

<b>Μορφές αναπαράστασης στη μαθηματική εκπαίδευση</b>	<b>49</b>
---	-----------

Η έννοια. Γενικές επισημάνσεις.	49
---------------------------------	----

Εξωτερικά συστήματα αναπαράστασης	51
-----------------------------------	----

Εσωτερικές αναπαραστάσεις των μαθητών	52
---------------------------------------	----

Σχηματοποίηση. Μια μορφή εξωτερικής αναπαράστασης	54
---	----

Η έννοια της σχηματοποίησης	55
-----------------------------	----

Πρακτικές σχηματοποίησης στις πρώτες εκπαιδευτικές βαθμίδες	56
---	----

Παρατηρήσεις για τη διδασκαλία	58
--------------------------------	----

Παραδείγματα διδασκαλίας με χρήση γραφικών αναπαραστάσεων.	58
--	----

Πρώτο παράδειγμα διδασκαλίας	58
------------------------------	----

Δεύτερο παράδειγμα διδασκαλίας	62
--------------------------------	----

Σημείωση: Η εξωτερική αναπαράσταση στη «ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση»	68
---	----

Βιβλιογραφία	69
--------------	----

### **Κεφάλαιο Τέταρτο**

<b>Έννοιες του χώρου και χωρική σκέψη</b>	<b>73</b>
---	-----------

Η εξέλιξη του χώρου στην παιδική σκέψη	73
--	----

Στάδια κατανόησης του χώρου	74
-----------------------------	----

Ικανότητες σχετιζόμενες με την κατανόηση του χώρου	74
--	----

Η πορεία ανάπτυξης των εννοιών του χώρου	75
--	----

Η ικανότητα προσανατολισμού στο χώρο	76
--------------------------------------	----

Η ικανότητα ανάγνωσης χαρτών και μοντέλων	78
---	----

Περνώντας στη διδασκαλία	80
--------------------------	----

Παραδείγματα διδακτικών παρεμβάσεων	81
-------------------------------------	----

Πρώτο παράδειγμα. Προσανατολισμός στο χώρο	81
--	----

Δεύτερο παράδειγμα. Η φωτογραφία ως πηγή άντλησης πληροφοριών για το χώρο	85
---	----

Τρίτο παράδειγμα. Τρισδιάστατες γεωμετρικές κατασκευές	91
--	----

Η έννοια της ορθογωνίας προβολής	91
Κατασκευές τρισδιάστατων μοντέλων	92
Πρώτη δραστηριότητα. Κάτοψη τρισδιάστατου μοντέλου	92
Δεύτερη δραστηριότητα. Το «αποτύπωμα» ενός τρισδιάστατου μοντέλου	93
Βιβλιογραφία	94

## **Κεφάλαιο Πέμπτο**

### **Διερευνώντας τον κόσμο των γεωμετρικών σχημάτων 97**

Επίπεδα γεωμετρικής σκέψης σύμφωνα με τους Van Hiele	100
Η επίδραση κυρίαρχων προτύπων	102
Ορισμοί σχημάτων	103
Ερωτήσεις και λεκτικές διατυπώσεις που διευκολύνουν στη μάθηση	105
Εμπλουτισμός του διδακτικού περιβάλλοντος	106
Προτάσεις για τη διδασκαλία	110
Ιδέες για περαιτέρω ανάπτυξη	115
Σημείωση: Η κοινωνικο-πολιτισμική προσέγγιση στην κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών	115
Βιβλιογραφία	117

## **Κεφάλαιο Έκτο**

### **Μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών 119**

Προσδιορισμός του μεγέθους που θα μετρηθεί	120
Απόδοση νοήματος στις πρακτικές μέτρησης	121
Διδακτικά στάδια στη μέτρηση μεγεθών	121
Η μέτρηση στην Προσχολική Εκπαίδευση	122
Η διατύπωση κατάλληλων ερωτήσεων	123
Η έννοια του μήκους και η μέτρησή του	123
Άμεση και έμμεση σύγκριση μηκών	124
Επισημάνσεις για τη διδασκαλία	125
Πρώτη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του μήκους	126
Δεύτερη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του μήκους	134
Τρίτη διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του μήκους	137

Η έννοια του εμβαδού και η μέτρησή του	140
Διδακτική παρέμβαση στη μέτρηση του εμβαδού	142
Η έννοια της χωρητικότητας και η μέτρησή της	146
Η έννοια της χωρητικότητας στο έργο του Piaget	147
'Εσωτερικός' και 'εξωτερικός' όγκος	147
Επισημάνσεις για τη διδασκαλία	148
Πρώτη διδακτική παρέμβαση	149
Δεύτερη διδακτική παρέμβαση	156
Συμπερασματικά σχόλια στη μέτρηση γεωμετρικών μεγεθών	158
Βιβλιογραφία	159
<b>Κεφάλαιο Έβδομο</b>	
<b>Ανάπτυξη της αριθμητικής σκέψης. Αριθμός και Αριθμητικές πράξεις</b>	<b>163</b>
Η έννοια του αριθμού. Μια μακρά πορεία ενηλικίωσης.	163
Τύποι αριθμητικών συστημάτων	165
Το μηδέν. Το «τίποτα» αποκτά οντότητα	166
Αριθμητικός συμβολισμός	167
Η έννοια του αριθμού σε διαφορετικά αναπτυξιακά μοντέλα	169
Η προσέγγιση του Vygotsky	169
Η ανάπτυξη των λογικο-μαθηματικών σχέσεων στη θεωρία του Piaget	170
Απαρίθμηση	174
Λεκτική απαρίθμηση: μια πρώτη μορφή απαρίθμησης	174
Συγκρίσεις. Τα πρώτα βήματα για την ανάπτυξη των ιδιοτήτων του αριθμού	175
Ξανά για τον αριθμητικό συμβολισμό. Ο ρόλος των σημείων στίξης στη γραφή των αριθμών	176
Πρόσθεση και αφαίρεση. Τα πρώτα νοητικά σχήματα	178
Μορφές προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης	180
Παραδείγματα διδασκαλίας προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης	185
Πρώτη διδασκαλία	186
Δεύτερη διδασκαλία	197
Ο θεμελιώδης ρόλος της μονάδας μέτρησης	200
Ο πολλαπλασιαστικός συλλογισμός. Μορφές προβλημάτων	



πολλαπλασιασμού και διαίρεσης	201
Τυπολογίες σε προβλήματα πολλαπλασιασμού	203
Τυπολογίες στα προβλήματα διαίρεσης	205
Από την οπτική της διδασκαλίας	207
Βιβλιογραφία	209
<b>Κεφάλαιο Όγδοο</b>	
<b>Μοτίβα</b>	<b>213</b>
Μορφές μοτίβων	214
Επαναλαμβανόμενα μοτίβα	214
Εξελισσόμενα/αναπτυσσόμενα μοτίβα	215
Παραδείγματα διδασκαλίας	216
Προεκτάσεις. Από τα μοτίβα στην Άλγεβρα	219
Βιβλιογραφία	220
<b>Κεφάλαιο Ένατο</b>	
<b>Αμφιβολίες και βεβαιότητες. Η πιθανολογική σκέψη των νηπίων</b>	<b>223</b>
Βασικές έννοιες	224
Στάδια της πιθανολογικής σκέψης	225
Δυσκολίες στην κατανόηση των πειραμάτων τύχης	226
Διδασκαλία πιθανολογικών εννοιών. Παραδείγματα	227
Η αντιμετώπιση των πιθανολογικών καταστάσεων ως «συνεχές»	236
Βιβλιογραφία	240
<b>Κεφάλαιο Δέκατο</b>	
<b>Επίλυση προβλήματος</b>	<b>243</b>
Η μορφή του προβλήματος στην προσχολική και πρώτη σχολική εκπαίδευση	243
Η έννοια	243
Το «πρόβλημα» στη μαθηματική εκπαίδευση	243
Πως ορίζεται η «επίλυση προβλήματος;»	245
Μια εναλλακτική πορεία στην επίλυση προβλήματος	248
Έμπειροι και άπειροι λύτες προβλημάτων	248

Μια άποψη για την επίλυση προβλήματος με κοινωνικο-ιστορικές επιρροές,	250
Παράγοντες που συνεισφέρουν στην επίλυση προβλήματος	251
Παραδείγματα επίλυσης προβλήματος	252
Βιβλιογραφία	263

### **Κεφάλαιο Ενδέκατο**

#### **Αλήθειες και ψέματα. Ικανότητες των μικρών μαθητών στη χρήση συλλογισμών** **267**

Οι ικανότητες των μικρών παιδιών στους παραγωγικούς συλλογισμούς	268
Παραδείγματα που αντλούνται από έρευνες	269
Ποσοδείκτες και λειτουργικά σημεία	271
Οι θεμελιώδεις αρχές της Λογικής	273
Ιστορικο-πολιτισμική προσέγγιση και παραγωγικός συλλογισμός	276
Η συγκρότηση των λογικών κατηγοριών στην ανθρωπολογική οπτική των Ε. Ντυρκάιμ και Μ. Μως	278
Ιδέες για τη διδασκαλία	280
Βιβλιογραφία	283

### **Κεφάλαιο Δωδέκατο**

#### **Ο ρόλος της γλώσσας στη διδασκαλία των μαθηματικών** **285**

Η συνεισφορά της παιδικής λογοτεχνίας	290
Σύγχρονες αντιλήψεις στην αντιμετώπιση των λεκτικών προβλημάτων	292
Παραδείγματα για τη διδασκαλία	292
Η τεχνική των ερωτήσεων	299
Βιβλιογραφία	307

# Προλεγόμενα

Το συνεχές αυξανόμενο ενδιαφέρον για τη μαθηματική εκπαίδευση αποτυπώνεται, μεταξύ άλλων και σε μια αξιολογή εκδοτική παραγωγή που παρατηρείται τα τελευταία χρόνια στη χώρα μας. Ειδικότερα στην Προσχολική Εκπαίδευση, οι ερευνητικές και εκδοτικές προσπάθειες καλύπτουν ποικίλες πτυχές των ενδιαφερόντων της μαθηματικής εκπαίδευσης και μεταφέρουν τον προβληματισμό και τις εμπειρίες που αναπτύσσονται στην ελληνική και τη διεθνή εκπαιδευτική κοινότητα.

Η παρούσα έκδοση εντάσσεται σ' αυτήν την προοπτική: δηλαδή, της μεταφοράς και της ανάπτυξης του προβληματισμού σχετικά με την ενδεδειγμένη και αποτελεσματική μαθηματική εκπαίδευση, ειδικότερα στην Προσχολική Εκπαίδευση.

Το υλικό που παρουσιάζεται εδώ είναι σε μεγάλο βαθμό πρωτογενές, με την έννοια ότι αντλήθηκε από τη διδασκαλία και την ερευνητική δραστηριότητα που αναπτύχθηκε στο Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία (Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η.), του Πανεπιστημίου Πατρών και ειδικότερα του Εργαστηρίου Θετικών Επιστημών του Τμήματος, όπου εξαιρετικοί και αγαπητοί συνάδελφοι συνεισφέρουν με τις ιδέες τους, αλλά και τη δημιουργία ενός ευχάριστου και παραγωγικού περιβάλλοντος.

Μεγάλο μέρος του υλικού που παρουσιάζεται οφείλεται στη συνεπή εργασία νηπιαγωγών που συνεχίζουν να στηρίζουν με αυταπάρνηση τη δημόσια εκπαίδευση. Επίσης, στις φοιτήτριες και στους φοιτητές του προπτυχιακού και μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών του Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., που με συνέπεια και επιστημονική εντιμότητα εργάζονται στις σπουδές τους και στην έρευνα.

Ένα μέρος των διδακτικών παραδειγμάτων που παρουσιάζονται αντλήθηκε από τη διεθνή βιβλιογραφία της διδακτικής των μαθηματικών. Η επιλογή, βέβαια, ήταν επιλεκτική και πρυτάνευσε η ανάγκη εξυπηρέτησης του κεντρικού στόχου της έκδοσης, που είναι η εισαγωγή στην έννοια της *μαθηματικής δραστηριότητας*.

Κλείνοντας, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω τους συνεργάτες και τις συνεργάτριές μου, αλλά και τις/τους συναδέλφους από όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, που με ευγένεια και ανιδιοτέλεια στηρίζουν τις προσπάθειές μας.

Κώστας Ζαχάρος  
Σεπτέμβριος 2013



# Εισαγωγικά

*«Τα Μαθηματικά», είπε ο Ριμπέιρο, «είναι σαν την αγάπη. Όλοι τη χρειάζονται, όλοι τη δοκιμάζουν, για τους περισσότερους είναι καθημερινή συνήθεια, γιορτή όμως γίνεται για πολύ λίγους».*

*Το τελευταίο παραμύθι του Μιγκέλ Τόρρες ντα Σίλβα, του T. Vogel  
(εκδόσεις Κριτική)*

## **Οι μεταρρυθμίσεις στα προγράμματα διδασκαλίας των Μαθηματικών**

Έχει περάσει σχεδόν μια δεκαετία από την εφαρμογή του ισχύοντος Αναλυτικού Προγράμματος στα Νηπιαγωγεία (Δ.Ε.Π.Π.Σ. 2001) και βρίσκεται ήδη σε πιλοτική εφαρμογή ένα νέο αναλυτικό πρόγραμμα (Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου 2011). Εν τούτοις εκκρεμεί μια συνολική προσπάθεια αξιολόγησης του υφιστάμενου προγράμματος. Ειδικότερα σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών, δεν έχουμε υπ' όψη μας κάποια συνολική αποτίμηση της αποδοχής του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών των μαθηματικών εννοιών από τις/τους εκπαιδευτικούς της Προσχολικής Εκπαίδευσης, τους τρόπους υλοποίησής του και πάνω απ' όλα, τη συνεισφορά του στη βελτίωση της μαθηματικής παιδείας των μαθητών του νηπιαγωγείου. Επιμέρους έρευνες (π.χ. Κασούμη 2008, Παπαδημητρίου 2010, Zacharos, et al. 2013, Koustourakis, et al. 2013) επισημαίνουν ότι οι νηπιαγωγοί συχνά δηλώνουν ότι δεν είναι επαρκώς ενημερωμένοι σχετικά με το Αναλυτικό Πρόγραμμα, τους στόχους που τίθενται στα επιμέρους γνωστικά αντικείμενα, καθώς και με τις διδακτικές προσεγγίσεις που προτείνονται για την επίτευξή τους. Συχνά, επίσης, η συγκρότηση της μαθηματικής σκέψης και η ανάπτυξη της μαθηματικής καλλιέργειας των μικρών μαθητών προσκρούει στην ασάφεια της προτεινόμενης «διαθεματικής» προσέγγισης, υποβαθμίζοντας για χάρη της μεθοδολογίας τη διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών στην Προσχολική Εκπαίδευση (Ζαχάρος & Παπανδρέου 2004).

Κάθε απόπειρα αλλαγής του αναλυτικού προγράμματος διδασκαλίας των Μαθηματικών επιχειρεί να προσεγγίσει τα κεντρικά ερωτήματα που εγείρονται από τη διδακτική πράξη, όπως: σε ποιες μαθηματικές έννοιες οφείλουμε να δίνουμε έμφαση στην Προσχολική Εκπαίδευση; πως μπορούμε να αξιολογήσουμε τις μαθηματικές γνώσεις των παιδιών ώστε οι εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί να βασίζονται πάνω σ' αυτές; Πως, συ-

γκεκριμένα, μπορούμε να εντάξουμε τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών στην Προσχολική Εκπαίδευση και σε τι κατεύθυνση θα αναπτύξουμε τις μαθηματικές γνώσεις των παιδιών;

Η συνεισφορά του νέου αναλυτικού προγράμματος των Μαθηματικών (του 2011) βασίζεται σε μια ενιαία αντίληψη για τη μαθηματική εκπαίδευση, που διαπερνά όλες τις βαθμίδες της δεκάχρονης υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Η λογική ανάπτυξης του προγράμματος των Μαθηματικών βασίζεται σε πέντε άξονες («τροχιές») που διαπερνούν τις βαθμίδες της δεκάχρονης εκπαίδευσης και επιδιώκουν την ενιαία και βαθμιαία ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Οι πέντε άξονες που σχετίζονται ειδικότερα με την προσχολική ηλικία περιγράφονται στον επόμενο πίνακα (Π.Σ.Ν.<sup>1</sup> 2011, σ. 162).

#### **Πίνακας** Άξονες ανάπτυξης της μαθηματικής εκπαίδευσης

<b>Άξονες (‘τροχιές’) της μαθηματικής εκπαίδευσης</b>	
<i>Αριθμοί και πράξεις</i>	Φυσικοί αριθμοί ως το 10 και πράξεις
<i>Χώρος και Γεωμετρία</i>	Προσανατολισμός στο χώρο, γεωμετρικά σχήματα, μετασχηματισμοί και οπτικοποίηση
<i>Εισαγωγή στην Αλγεβρική σκέψη</i>	Κανονικότητες και ισότητες
<i>Μετρήσεις</i>	Εισαγωγή στη μέτρηση μήκους, επιφάνειας, όγκου και χωρητικότητας
<i>Στοχαστικά Μαθηματικά</i>	Οργάνωση δεδομένων και εισαγωγή στην πιθανότητα

Οι εκπαιδευτικοί που ενδιαφέρονται για τη διδασκαλία των στοιχειωδών μαθηματικών στην Προσχολική Εκπαίδευση και την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των νηπίων, οφείλουν να παίρνουν υπόψη τους κάποιες βασικές διδακτικές παραμέτρους: Αρχικά να προσδιορίζουν με σαφήνεια τον ειδικότερο μαθηματικό στόχο κάθε διδακτικής παρέμβασής τους και να χαράσσουν την πορεία διδασκαλίας που θα συνοδεύεται από την ανάπτυξη κατάλληλων δραστηριοτήτων ώστε να προωθείται ο στόχος που έχει τεθεί (Clements & Samara 2009).

Επιπρόσθετα με τον προσδιορισμό θεματικών ενοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών, οι νηπιαγωγοί προτρέπονται στην αξιολόγηση της δουλειάς τους. Σκοπός

1 Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου.

της αξιολόγησης στην εφαρμογή του αναλυτικού προγράμματος είναι (Π. Σ. Ν. 2011, σ. 165).

- η διερεύνηση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής της διδακτικής παρέμβασης,
- διορθωτικής παρέμβασης για τη βελτίωση της διδασκαλίας,
- εξατομικευμένης διδασκαλίας για την αντιμετώπιση ειδικών διδακτικών καταστάσεων.

Τα εργαλεία που προκρίνονται για την αξιολόγηση της διδασκαλίας είναι οι συζητήσεις στην τάξη και οι ερωτήσεις που θέτει η νηπιαγωγός, τα σχόλια και οι παρεμβάσεις των μαθητών, ο φάκελος εργασιών και το ημερολόγιο της νηπιαγωγού.

## **Η μαθηματική δραστηριότητα**

Η ανάπτυξη δραστηριοτήτων με μαθηματικό περιεχόμενο συμβατό, με τους στόχους που τίθενται στην Προσχολική Εκπαίδευση, είναι το κεντρικό θέμα αυτού του βιβλίου. Η δραστηριότητα ενταγμένη σε ένα κατάλληλο πλαίσιο, εμπλουτισμένο με νοήματα για το μικρό παιδί και ελκυστική ώστε να κινητοποιεί το ενδιαφέρον του, πρέπει να βρίσκεται στο κέντρο του σχεδιασμού της διδασκαλίας (βλέπε στο ένθετο Ε.1).

Πρόθεση είναι οι προτεινόμενες μαθηματικές δραστηριότητες να εντάσσονται σε ένα πλαίσιο τέτοιο που να τις καθιστά ενδιαφέρουσες για τους μικρούς μαθητές και παράλληλα, η μάθηση να σχετίζεται με την προσπάθεια ανταπόκρισης των παιδιών στις καταστάσεις που τίθενται στις δραστηριότητες. Συνεπώς κεντρικό ρόλο για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών αποτελεί η *δραστηριότητα*, μια έννοια που το περιεχόμενό της αντλείται από την πολιτισμική-ιστορική ψυχολογική θεώρηση ψυχολόγων όπως οι Vygotsky, Louriá, Davydov, Leontiev κ.ά. και θα οριστεί στο πρώτο κεφάλαιο.

## **Ο ρόλος του εκπαιδευτικού υλικού στη διδασκαλία**

Βασική πρόθεση της παρούσας έκδοσης είναι να αποτελέσει χρήσιμο εργαλείο στη δουλειά της νηπιαγωγού που καλείται να διδάξει μαθητικές έννοιες στο νηπιαγωγείο. Ενώ το περιεχόμενο του βιβλίου βρίσκεται σε αντιστοίχιση με τα θέματα που πραγματεύεται το νέο αναλυτικό πρόγραμμα διδασκαλίας των Μαθηματικών, δεν περιορίζεται στην εξειδίκευση ή τον εμπλουτισμό αυτών των θεμάτων. Η πλειονότητα των θεματικών ενοτήτων που πραγματευόμαστε εδώ προέρχεται σε μεγάλο βαθμό από ένα πρωτογενές ερευνητικό υλικό στο οποίο δοκιμάζονται διδακτικές μέθοδοι και

## **Ένθετο Ε.1** Η έννοια της δραστηριότητας

*«...Η δραστηριότητα στην αρχική και θεμελιακή της μορφή είναι η πρακτική αισθητηριακή δραστηριότητα με την οποία έρχονται οι άνθρωποι σε επαφή με τα αντικείμενα του κόσμου που τους περιβάλλει. Οι άνθρωποι ενεργούν πάνω στα αντικείμενα και προσαρμόζονται στις αντικειμενικές τους ιδιότητες.»*

Leontiev 1978

*«Στη μαθηματική εκπαίδευση, τα παιδιά καλούνται συχνά να οργανώσουν τα ποσοτικά ή χωρικά δεδομένα με σκοπό να λύσουν μαθηματικά προβλήματα. Επιπλέον, τα παιδιά πρέπει συχνά να ερμηνεύουν τα σύμβολα ώστε σε ένα επόμενο στάδιο να έχουν τη δυνατότητα να οργανώνουν τα δεδομένα. Αυτό σημαίνει ότι τα παιδιά πρέπει να αναδιοργανώσουν, να μεταφράσουν ή να μετασχηματίσουν τα λειτουργικά σχετιζόμενα στοιχεία σε νέες μορφές. Συνεπώς, η μαθηματική δραστηριότητα ή η μαθηματικοποίηση, είναι βασικά μια δυναμική δραστηριότητα. Η δυναμική πτυχή τέτοιων δραστηριοτήτων αναφέρεται στο μετασχηματισμό και τη μετάφραση των σχετιζόμενων παραμέτρων της δραστηριότητας, των λειτουργιών, των συμβόλων και μεταβλητών.»*

Poland & van Oers 2007

εισάγονται γνωστικά αντικείμενα των μαθηματικών που, ενώ απασχολούν την ερευνητική κοινότητα της διδακτικής των μαθηματικών, δεν εντάσσονται στα αντικείμενα πραγμάτευσης του αναλυτικού προγράμματος.

Σχετικά με τη διδακτική μεθοδολογία, επιχειρείται μια αναπτυξιακή προσέγγιση στην οικειοποίηση των μαθηματικών εννοιών. Θεωρούμε δηλαδή ότι υπάρχουν πολλαπλά επίπεδα κατανόησης των επιστημονικών εννοιών. Εισαγωγικά προτείνεται η ενασχόληση με συγκεκριμένα αντικείμενα ή μορφές αναπαράστασης ποσοτήτων που διευκολύνουν στη σταδιακή αποδέσμευση από το συγκεκριμένο και στη συγκρότηση αφηρημένης σκέψης.

Οι προηγούμενες επισημάνσεις δημιούργησαν την ανάγκη προσφυγής σε θεωρητικές απόψεις που υποστηρίζουν την ένταξη εκπαιδευτικού υλικού στη μαθηματική εκπαίδευση. Το εκπαιδευτικό υλικό οφείλει να επιλέγεται με κριτήριο την λειτουργική χρήση του και την αποτελεσματικό-

τητα στην επίτευξη των διδακτικών στόχων. Το θέμα της χρήσης του εκπαιδευτικού υλικού πραγματευόμαστε στο δεύτερο κεφάλαιο.

## **Μορφές καταγραφής δεδομένων και ιδεών**

Η χρήση αναπαραστάσεων όπως, τα σχήματα, οι γραφικές παραστάσεις, η διαγραμματική καταγραφή δεδομένων κ.ά., είναι σύμφυτα με τη μαθηματική εκπαίδευση. Τα νέα αναλυτικά προγράμματα διδασκαλίας των μαθηματικών προτείνουν την εξοικείωση των μαθητών, ήδη από την προσχολική ηλικία, με ποικίλες μορφές αναπαραστάσε-



ων. Οι μορφές αναπαράστασης αποδεικνύονται χρήσιμα εργαλεία που διευκολύνουν στην καταγραφή ποσοτικών, αλλά και ποιοτικών δεδομένων, καθώς και αριθμητικών πράξεων, ιδιαίτερα όταν οι μικροί μαθητές δεν έχουν τις ικανότητες να κάνουν πράξεις νοητά. Επίσης, μεσολαβούν στην οπτικοποίηση σχέσεων μεταξύ αντικειμένων και ποσοτήτων και συνεισφέρουν στην εξαγωγή συμπερασμάτων. Οι αναπαραστάσεις και η χρήση τους στη μαθηματική εκπαίδευση είναι το αντικείμενο πραγματέυσης του τρίτου κεφαλαίου.

## **Αντικείμενα των μαθηματικών που προτείνονται για διδασκαλία**

Στα κεφάλαια τέταρτο, πέμπτο, έκτο, έβδομο, όγδοο και ένατο γίνεται αναφορά σε γνωστικά αντικείμενα των μαθηματικών που αποτελούν αντικείμενο διδασκαλίας στην προσχολική εκπαίδευση. Αναλυτικότερα, γίνεται αναφορά στις εξής έννοιες:

- στην επεξεργασία εννοιών του χώρου, όπως είναι ο εντοπισμός θέσεων στο χώρο και ο προσανατολισμός (τέταρτο κεφάλαιο),
- στην εξοικείωση με τις ονομασίες και τις στοιχειώδεις ιδιότητες βασικών γεωμετρικών σχημάτων (πέμπτο κεφάλαιο),
- στις συγκρίσεις και μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών, όπως του μήκους, του εμβαδού και της χωρητικότητας (έκτο κεφάλαιο),
- στην έννοια του αριθμού, την ανάπτυξη πρακτικών αρίθμησης και την εισαγωγή στις στοιχειώδεις πράξεις (έβδομο κεφάλαιο),
- στη διάκριση και ανακατασκευή μοτίβων (όγδοο κεφάλαιο),
- στην εισαγωγή στις πιθανολογικές έννοιες και στην εξοικείωση με πειράματα τύχης (ένατο κεφάλαιο).

## **Επίλυση μαθηματικού προβλήματος**

Τα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα διδασκαλίας των Μαθηματικών δίνουν ιδιαίτερη έμφαση σε διαδικασίες επίλυσης προβλήματος (problem solving). Στην επίλυση προβλήματος μπορεί να συσχετιστούν διαφορετικά αντικείμενα των μαθηματικών, να ενισχυθεί η επινοητικότητα των μαθητών και να ενεργοποιηθούν σύνθετες νοητικές λειτουργίες, που ξεφεύγουν από τη μηχανιστική επανάληψη γνώριμων για το μαθητή θεμάτων. Η επίλυση προβλήματος, ενώ εμφανίζεται σε πολλά κεφάλαια του βιβλίου, αποτελεί διακριτό αντικείμενο που πραγματεύεται το δέκατο κεφάλαιο.

## **Ανάπτυξη της ικανότητας αιτιολόγησης**

Η ανάπτυξη της ικανότητας αιτιολόγησης, η ενίσχυση της κριτικής σκέψης των παιδιών, η δυνατότητα διατύπωσης επιχειρημάτων, καθώς και η ικανότητα ανάπτυξης λογικών συλλογισμών, είναι από τα κεντρικά ενδιαφέροντα αυτής της έκδοσης και διαχέονται σε όλα τα κεφάλαια. Ειδικότερα, τα θέματα των λογικών κατηγοριών και ποσοδεικτών που σχετίζονται με λογικές εκφράσεις αποτελούν αντικείμενο ενασχόλησης στο ενδέκατο κεφάλαιο.

## **Μορφές αλληλεπίδρασης στη σχολική τάξη**

Η αλληλεπίδραση του εκπαιδευτικού με τους μαθητές του βρίσκεται στο κέντρο των σύγχρονων ερευνητικών ενδιαφερόντων στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Οι μορφές αλληλεπίδρασης που αναπτύσσονται στη σχολική αίθουσα αναλύονται από την προοπτική κοινωνιολογικών και ψυχολογικών προσεγγίσεων, που εστιάζουν στην μικρο-κουλτούρα της σχολικής τάξης (π.χ. Dowling 1998, 2002, Hoandley 2007 και 2008, Mercer 2000, Mercer, & Sams 2006, Scherer, & Steinbring 2006, Koustourakis, et al. 2013, Zacharos, et al. 2013).

Η παρατήρηση και ανάλυση μορφών αλληλεπίδραση στη σχολική τάξη διευκολύνει στην καλύτερη κατανόηση των προβλημάτων που αναδύονται στη διδασκαλία και μπορεί να προωθήσει λειτουργίες αναστοχασμού πάνω στις εκπαιδευτικές πρακτικές που αναπτύσσονται στη σχολική αίθουσα, γεγονός που συνεισφέρει ουσιαστικά στη διαμόρφωση της επαγγελματικής ταυτότητας του εκπαιδευτικού.

Η ομιλία και η γλώσσα, γραπτή και προφορική, διαδραματίζουν κεντρικό ρόλο στις μορφές αλληλεπίδρασης που αναπτύσσονται στη σχολική αίθουσα. Ο Vygotsky (1978) αναφερόμενος ειδικότερα στο ρόλο που διαδραματίζει η λέξη στη συγκρότηση των εννοιών, τονίζει ότι «η λέξη και το αντικείμενο που αυτή χαρακτηρίζει αποτελούν πράγματι μια ενιαία δομή». Το δωδέκατο κεφάλαιο αναφέρεται στο ρόλο των γλωσσικών διατυπώσεων για την ενθάρρυνση των μαθητών και μαθητριών στην κατανόηση και συγκρότηση της μαθηματικής σκέψης. Προβάλλονται τρόποι ομιλίας που καθοδηγούν τους μαθητές στη διαδικασία της μάθησης και ενισχύουν μορφές αλληλεπίδρασης που συμβάλουν στη μάθηση. Αναφέρονται, επίσης, μορφές ερωτήσεων και τεχνικές ερωτήσεων που διευκολύνουν την εκπαιδευτικό στην αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών, καθοδηγούν την εστίαση της προσοχής τους σε ειδικές πτυχές των εξεταζόμενων μαθηματικών εννοιών και προκαλούν απαντήσεις νοητικά επεξεργασμένες.

## Ο ρόλος της θεωρίας στη διδακτική πράξη

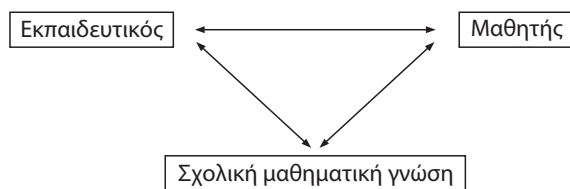
«Οι Θεωρίες είναι σαν τις οδοντόβουρτσες [...] καθένας έχει τη δική του και κανείς δε θέλει να χρησιμοποιήσει του άλλου»

(Campbell 2006, σ. 257)

Η διάσταση μεταξύ θεωρίας και πράξης αποτελεί ένα μόνιμο αντικείμενο συζήτησης όσων είναι επιφορτισμένοι με τη διδασκαλία των επιστημών. Συχνά η επαγγελματική δραστηριότητα των εκπαιδευτικών βρίσκεται παγιδευμένη στις συμπληγάδες της επιστημονικής έρευνας και της διδακτικής πρακτικής, γεγονός που επιφορτίζει με πρόσθετη ένταση τους επαγγελματίες της εκπαίδευσης (Scherer, & Steinbring 2006).

Σχετικά με τις σχέσεις θεωρίας και πράξης, μια παραδοσιακή οπτική θέλει χρονικά να προέχει η ανάπτυξη μιας συνεκτικής θεωρητικής προσέγγισης και να ακολουθεί η αποτύπωσή της στις σχολικές πρακτικές. Σύμφωνα με την οπτική αυτή ο χώρος της θεωρητικής παραγωγής και της υλοποίησης είναι «στεγανοί» ή ελάχιστα σχετιζόμενοι (Bartolini-Bussi, & Bazzini 2003, Scherer, & Steinbring 2006). Ειδικότερα, στη διδασκαλία των μαθηματικών, οι σχέσεις του εκπαιδευτικού με το μαθητή θεωρούνται διακριτές περιοχές της εκπαιδευτικής διαδικασίας που παρουσιάζονται διαγραμματικά στο «διδακτικό τρίγωνο» του σχήματος E.1. (Scherer, & Steinbring 2006).

Αυτή η προσέγγιση βασίζεται σε μια μηχανιστική θεώρηση, όπου ο εκπαιδευτικός αποτελεί τον πομπό και ο μαθητής τον αποδέκτη της γνώσης. Σ' αυτό το πλαίσιο διαμόρφωσης της παιδαγωγικής σχέσης, η επαγγελματική ταυτότητα του εκπαιδευτικού διαμορφώνεται με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά: απαιτείται να είναι ένας καλός μεταφορέας των κατευθύνσεων του αναλυτικού προγράμματος. Επίσης και για το μαθητή επιφυλάσσεται ένας πολύ συγκεκριμένος ρόλος: οφείλει να είναι ένας συνεπής αποδέκτης της μεταφερόμενης από τον εκπαιδευτικό γνώσης.



**Σχήμα E.1** Το διδακτικό τρίγωνο (Scherer & Steinbring 2006)

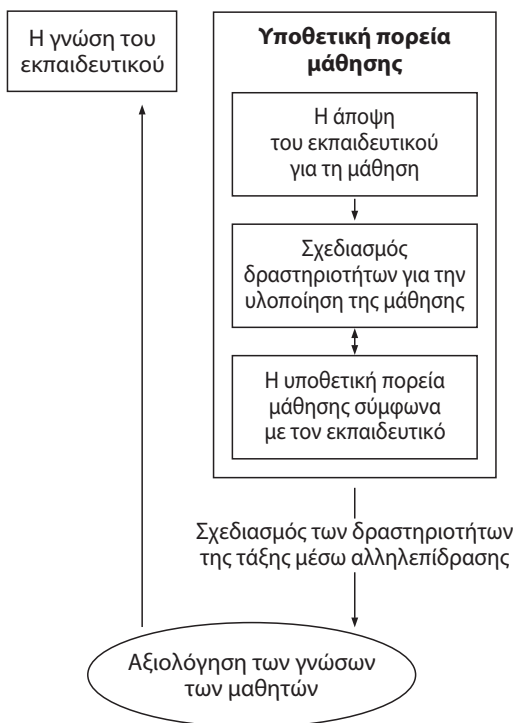
Ο σύγχρονος προσανατολισμός στα θέματα της εκπαιδευτικής έρευνας και διδασκαλίας επιχειρεί να συνδυάσει τη θεωρία με τη πράξη και να τα φέρει κοντά, εντάσσοντας τα σε μια ενιαία προοπτική, όπου ο ένας τομέας δίνει ιδέες και ερεθίσματα για τον εμπλουτισμό του άλλου και παράλληλα φροντίζει ώστε η θεωρία και η πράξη να συνυπάρχουν σε κοινές πρακτικές. Το ενδιαφέρον στη συγκρότηση της επιστη-

μονικής έρευνας και διδασκαλίας επιχειρεί να συνδυάσει τη θεωρία με τη πράξη και να τα φέρει κοντά, εντάσσοντας τα σε μια ενιαία προοπτική, όπου ο ένας τομέας δίνει ιδέες και ερεθίσματα για τον εμπλουτισμό του άλλου και παράλληλα φροντίζει ώστε η θεωρία και η πράξη να συνυπάρχουν σε κοινές πρακτικές. Το ενδιαφέρον στη συγκρότηση της επιστη-

μονικής και επαγγελματικής ταυτότητας του εκπαιδευτικού επικεντρώνεται στην συνύπαρξη των θεωρητικών προτύπων με τις διδακτικές πρακτικές και στην ανάπτυξη εκπαιδευτικών θεωριών που τροφοδοτούνται από την εξέλιξη των διδακτικών πρακτικών.

Στις σύγχρονες προσεγγίσεις της εκπαιδευτικής έρευνας, ισχυροποιείται η άποψη ότι ο μαθητής οικοδομεί έναν προσωπικό τρόπο οικειοποίησης της γνώσης, που εμπεριέχει τη δική του ιδιαίτερη πρόσληψη και ερμηνεία της. Επιπλέον, οι διδακτικές πρακτικές ενισχύουν την αυτονομία, την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στην μάθηση και ενθαρρύνουν μορφές διερευνητικής μάθησης. Σ' αυτήν τη διδακτική προοπτική, η σχολική αίθουσα διδασκαλίας των μαθηματικών μετασχηματίζεται σε χώρο πρωτογενούς δημιουργίας που προσομοιάζει με εργαστήριο. Εδώ, οι μαθητές χειρίζονται το εκπαιδευτικό υλικό, μαθαίνουν τη λειτουργία του, εξοικειώνονται μ' αυτό, διατυπώνουν εικασίες και δοκιμάζουν τις απόψεις τους.

Επιπρόσθετα, οι πρόσφατες θεωρητικές απόψεις για τη διδασκαλία, απομακρύνονται από την αντίληψη ότι ο μαθητής μπορεί μόνος του να οικοδομήσει την επιστη-



**Σχήμα E.2** Μια υποθετική πορεία μάθησης (Simon 1995)

μονική γνώση, άποψη που παραπέμπει με μια ρομαντική παιδαγωγική αντίληψη για τη διδασκαλία και τη μάθηση, που στοιχεία της απαντώνται σε αντιαυταρχικά παιδαγωγικά ρεύματα, ήδη από την εποχή του Rousseau. Η άποψη, δηλαδή, ότι ο μαθητής μόνος του μπορεί να οικοδομήσει τη μαθηματική γνώση, δεν κρίνεται ιδιαίτερα γόνιμη και αποτελεσματική για τη διδασκαλία (Simon 1995). Γιατί είναι γνωστό, πως οι επιστημονικές γνώσεις που θέλουμε να αποκτήσουν οι μαθητές μας στον περιορισμένο σχολικό χρόνο, συχνά μεταφέρουν μια ιστορία χιλιετιών και ενσωματώνουν τον πνευματικό μόχθο κοινωνιών και πολλών εξειδικευμένων επιστημόνων. Συνεπώς, ενώ η ενίσχυση της αυτονομίας των

μαθητών και η δημιουργία κατάλληλου επικοινωνιακού πλαισίου στην τάξη είναι επιθυμητές παιδαγωγικές πρακτικές, εν τούτοις δεν αποτελούν από μόνα τους στοιχεία μιας αποτελεσματικής διδασκαλίας. Στην κατεύθυνση αυτή εισάγεται η έννοια της *υποθετικής πορείας μάθησης* (σχήμα E.2, Simon 1995), που αποτελεί ένα πρώτο βήμα στο σχεδιασμό της διδασκαλίας και είναι μια προσδοκώμενη πορεία σχετικά με τον τρόπο που οι μαθητές μαθαίνουν. Η υποθετική πορεία μάθησης, αναφέρεται ουσιαστικά στην ικανότητα του εκπαιδευτικού να προβλέπει την πιθανή πορεία μάθησης ενός συγκεκριμένου επιστημονικού αντικειμένου από τους μαθητές του. Όμως, η πορεία αυτή είναι σχήμα δυναμικό και αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης εκπαιδευτικού και μαθητών. Όταν, για παράδειγμα, η ικανότητα πρόβλεψης του εκπαιδευτικού δεν είναι συμβατή με τον τρόπο που οι μαθητές μαθαίνουν, ή διαφορετικά σύμφωνα με τον Vygotsky, αν ο προτεινόμενος σχεδιασμός δεν ακουμπάει στη «ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης», δηλαδή στις γνώσεις που ο μαθητής είναι γνωστικά έτοιμος να αφομοιώσει, τότε ο εκπαιδευτικός τροποποιεί και προσαρμόζει τις εκπαιδευτικές του πρακτικές σε νέα δεδομένα.

Στο πλαίσιο των προηγούμενων απόψεων το διδακτικό τρίγωνο του σχήματος E.1 αποκτάει ένα διαφορετικό περιεχόμενο, αφού οι τρεις «κορυφές» του δεν είναι «μονωμένες», αλλά βρίσκονται σε στενή συσχέτιση και αλληλεπίδραση.

### **Έρευνα και διδασκαλία. Δύο διακριτές περιοχές σε αλληλεπίδραση**

Η παρακολούθηση, ανάλυση και βελτίωση των διδακτικών πρακτικών απαιτούν τη συνεργασία ερευνητών από το χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης και εκπαιδευτικών. Σήμερα είναι ευρέως αποδεκτό ότι τα θέματα που σχετίζονται με τη μάθηση και τη διδασκαλία εντάσσονται στα ενδιαφέροντα τόσο των ερευνητών, αλλά και των εκπαιδευτικών, που συνιστούν στοιχεία της επαγγελματικής του ταυτότητας (Sherin 2001, 2003).

Ερευνητής και εκπαιδευτικός συνεργάζονται και αναλύουν τις μορφές αλληλεπίδρασης που αναπτύσσονται στη σχολική αίθουσα κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών. Για παράδειγμα, η βιντεοσκόπηση μαθημάτων που υλοποιούνται στην τάξη, αποτελεί ένα σημαντικό υλικό για ανάλυση και αναστοχασμό, τόσο για τον εκπαιδευτικό, όσο και για τον ερευνητή. Βέβαια, τα ενδιαφέροντα του εκπαιδευτικού έχουν διαφορετικό προσανατολισμό από αυτά του ερευνητή. Ο εκπαιδευτικός ενδιαφέρεται κύρια για πρακτικά θέματα της διδασκαλίας, τις απαιτήσεις της διδασκαλίας, καθώς και για τις ικανότητες των μαθητών του να παρακολουθήσουν την προτεινόμενη κάθε φορά πορεία μάθησης. Όμως, η συνύπαρξη της ερευνητικής και διδακτικής οπτικής

μπορεί να επηρεάσει θετικά τη διδασκαλία και θεωρείται μια ουσιαστική συνθήκη για τη βελτίωσή της.

Σύγχρονες ερευνητικές προσεγγίσεις επιχειρούν να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ της έρευνας και της διδασκαλίας. Μια τέτοια είναι η «έρευνα βασισμένη στο σχεδιασμό» (Design Based Research ή συντομογραφικά DBR), που μελετά τις παραμέτρους που παρεμβαίνουν στο περιβάλλον της μάθησης (Collins, et al. 2004). Εδώ, η έννοια του «περιβάλλοντος» κατέχει κεντρικό ρόλο. Δεν περιορίζεται μόνο στο φυσικό περιβάλλον της τάξης, αλλά ενδιαφέρεται και για την κοινωνική και ψυχολογική ατμόσφαιρα της τάξης, τα κίνητρα των παιδιών και το ενδιαφέρον τους σχετικά με το θέμα που θα διδαχθεί. Τέλος, στην έννοια του περιβάλλοντος εντάσσονται όλοι οι φορείς που εμπλέκονται στη σχολική ζωή, όπως οι εκπαιδευτικοί, οι μαθητές, οι γονείς και η διοίκηση του σχολείου (Juuti, & Lavonen 2006).

Τα παρεμβατικά ερευνητικά προγράμματα που βασίζονται στην DBR, μέσα από την πορεία εφαρμογής και αξιολόγησης, επιδέχονται μια διαρκή βελτίωση. Η αξιολόγηση εδώ λειτουργεί διπλά: Είναι ένα εργαλείο για τη διερεύνηση της αποδοτικότητας του παρεμβατικού προγράμματος, αναδεικνύοντας σημεία που απαιτούν βελτίωση, ενώ παράλληλα χρησιμεύει ως εργαλείο αναφοράς για την «εσωτερική» επικοινωνία της ερευνητικής ομάδας που συμμετέχει στην έρευνα. Για παράδειγμα, όταν στην υλοποίηση του προγράμματος διαφανούν δυσλειτουργίες, η ερευνητική ομάδα που συνήθως αποτελείται από εκπαιδευτικούς και ερευνητές, προχωρούν σε διορθωτικές παρεμβάσεις ώστε να υπάρξουν βελτιωτικά αποτελέσματα.

Τα πλεονεκτήματα της συγκεκριμένης προσέγγισης εντοπίζονται κύρια στα εξής σημεία: Πρώτον, στο ρόλο που προσδίδεται στο κοινωνικό περιβάλλον της μάθησης και συνεπώς στις δυνατότητες της συγκεκριμένης παρέμβασης να συνεισφέρει στις εκπαιδευτικές πρακτικές. Δεύτερον, τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι άμεσα ορατά και δίνουν το πλεονέκτημα εφαρμογής, εκτός από το συγκεκριμένο περιβάλλον που υλοποιούνται, με κατάλληλες προσαρμογές ευρύτερα. Τέλος, τα ερευνητικά αποτελέσματα έχουν την αναγκαία αξιοπιστία και επικύρωση που προκύπτουν από την εφαρμογή τους.

Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες που παρουσιάζονται σ' αυτό το βιβλίο αναπτύσσονται στο πλαίσιο μιας σκόπιμης και σχεδιασμένης πρακτικής. Το γεγονός αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη αντίστοιχων θεωρητικών απόψεων, πάνω στις οποίες οφείλει να βασίζεται η διδακτική πράξη ώστε αφ' ενός να στοχεύει σε συγκεκριμένη μάθηση και από την άλλη να τη συνέχει μια ενιαία λογική. Η ύπαρξη ενός θεωρητικού υπόβαθρου στη διδασκαλία, περισσότερο ή λιγότερο επεξεργασμένου, προσφέρει

μια προστασία από τα όρια της εμπειρίας που συχνά στενεύουν τη σκέψη. Η θεωρία ενθαρρύνει τους εκπαιδευτικούς να υποστηρίζουν τις ιδέες τους και προσφέρει ένα ερμηνευτικό εργαλείο για την κατανόηση των μορφών αλληλεπίδρασης που λαμβάνουν χώρα κατά τη διδασκαλία. Επιπλέον, προσφέρει το αναγκαίο πλαίσιο, ώστε οι ιδέες που υλοποιούνται στην τάξη να είναι κατανοητές.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η διδακτική πράξη συχνά δεν αντιστοιχίζεται άμεσα σε κάποιο θεωρητικό μοντέλο. Και αυτό είναι ερμηνεύσιμο, αφού η εκπαιδευτική πράξη διαμεσολαβείται από ένα πλήθος κοινωνικών, πολιτισμικών, ψυχολογικών και πολιτικών παραμέτρων, που κάνουν σχεδόν αδύνατη μια αντιστοίχιση «ένα προς ένα» της παιδαγωγικής πράξης με κάποιο θεωρητικό μοντέλο. Μάλιστα, είναι σύνηθες στην εκπαιδευτική πρακτική να ανιχνεύονται στοιχεία από επιλεκτική χρήση διαφορετικών θεωρητικών προσεγγίσεων.

Όταν πρόκειται για τη διδασκαλία, το σχεδιασμό και την ερμηνεία των εκπαιδευτικών πρακτικών, το θεωρητικό πλαίσιο οφείλει να παρέχει μια ευρύτητα στις ερμηνευτικές δυνατότητες, ώστε να είμαστε σε θέση να παρακολουθούμε και να σχολιάζουμε τις κυρίαρχες πρακτικές. Παράλληλα όμως με την αναγκαιότητα ύπαρξης θεωρητικού πλαισίου, κρίνεται αναγκαία και η συσχέτιση μεταξύ διαφορετικών πλαισίων αναφοράς. Γιατί, η υιοθέτηση μιας και μόνο θεωρίας μπορεί επίσης να στενέψει τα πλαίσια της έρευνας και της διδασκαλίας (Boaler 2002).

Οι δραστηριότητες που παρουσιάζονται στα κεφάλαια που ακολουθούν και προτείνονται ως αντικείμενο διδασκαλίας, διέπονται από την προηγούμενη λογική. Βασίζονται, δηλαδή, σε θεωρητικά πλαίσια που δίνουν τη δυνατότητα για μια ευρεία ερμηνευτική προσέγγιση. Επιπρόσθετα, συχνά προσφεύγουμε σε διαφορετικά πλαίσια για να εισάγουμε στη διδασκαλία μαθηματικές έννοιες ή να ερμηνεύσουμε και να αξιολογήσουμε τις εκπαιδευτικές πρακτικές.

Βασική επιδίωξη είναι να αναδειχθεί η σημασία του σχεδιασμού διδακτικών καταστάσεων που εστιάζουν το ενδιαφέρον τους στη διαδικασία της οικοδόμησης της γνώσης, από τα ίδια τα παιδιά, σε αντίθεση με μηχανιστικές και τυπικές παιδαγωγικές προσεγγίσεις. Παράλληλα επιχειρήθηκε να υπογραμμιστεί η σημασία της ανάπτυξης της διδασκαλίας σε ένα πλαίσιο ενίσχυσης των πολιτισμικών χαρακτηριστικών της μαθηματικής εκπαίδευσης, που σημαίνει την προσπάθεια άντλησης των μαθηματικών περιεχομένων μέσα από τις καθημερινές δραστηριότητες των παιδιών, καθώς και την ένταξη των μαθηματικών δραστηριοτήτων σε ένα πλαίσιο συμφραζομένων τέτοιο, που να τους προσδίδει νόημα και συνεπώς να είναι ενδιαφέρουσες για τα παιδιά.

Η προτεινόμενη τροποποίηση της παιδαγωγικής οπτικής, στην προοπτική που περιγράφεται εδώ, μπορεί να διευκολύνει και τους εκπαιδευτικούς να αποδεσμευτούν από μια αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους, αφού τους δίνεται η δυνατότητα να κατανοήσουν ότι τα μαθηματικά μπορεί να συσχετιστούν με ένα σύνολο γνωστικών αντικειμένων ή καθημερινών δραστηριοτήτων (Zacharos, et al. 2007).

## **Ο ρόλος του παιγνιδιού στη μάθηση**

Οι δραστηριότητες των μαθηματικών που αναπτύσσονται στο Νηπιαγωγείο, όπως εξ άλλου κάθε δραστηριότητα που στοχεύει στη διδασκαλία συγκεκριμένης γνώσης, οφείλουν να είναι ενταγμένες σε ένα κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο ώστε να ελπίζουμε σε αποτελεσματική μάθηση. Ο Vygotsky (1978) προτείνει το παιγνίδι σαν ένα κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο, κρίνοντας ότι ο ρόλος του είναι ευεργετικός στην ανάπτυξη γνωστικών ικανοτήτων από τους μικρούς μαθητές. Τα παιδιά, έχοντας τις δικές τους αναπαραστάσεις για τον κόσμο τις εμπλουτίζουν, τις τροποποιούν και τις προσαρμόζουν ώστε να είναι συμβατές με τις επιστημονικές έννοιες. Ο ευεργετικός ρόλος του παιγνιδιού βασίζεται στο γεγονός ότι το παιδί μπορεί να χειρίζεται άγνωστες έννοιες και νοητικές καταστάσεις σε πραγματικές συνθήκες που δημιουργούνται στο πλαίσιο του παιγνιδιού. Επιπλέον, στο παιγνίδι το παιδί κάνει ό,τι το ευχαριστεί περισσότερο, υποτάσσοντας παράλληλα τον εαυτό του στην πειθάρχηση των κανόνων που το παιγνίδι απαιτεί (Vygotsky 1978).

Στο παιγνίδι τα παιδιά μιμούνται τους ενήλικους και τους προχωρημένους γνωστικά συνομήλικους. Η μίμηση στο θεωρητικό πλαίσιο του Vygotsky δεν έχει τα χαρακτηριστικά της παθητικής αποδοχής και συμμόρφωσης σε κάποια επιλεγμένα πρότυπα. Δηλαδή, το παιδί δεν αντιγράφει τις ενέργειες των ενηλίκων, αλλά αναδημιουργεί τις δράσεις του και τις νοηματοδοτεί με το δικό του ιδιαίτερο τρόπο. Αυτός ο τύπος μίμησης και η πειθάρχηση στους κανόνες του παιγνιδιού, δημιουργούν το κατάλληλο πλαίσιο για τη μάθηση, ή σύμφωνα με τα λόγια του Vygotsky, «τη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης» του παιδιού. Αυτό το παιδαγωγικό πλαίσιο που δημιουργείται από τη ροή του παιγνιδιού καλείται η/ο εκπαιδευτικός να εκμεταλλευτεί για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών (Van Oers 1999). Για παράδειγμα στην προσχολική εκπαίδευση, ενώ τα παιδιά παίζουν με τουβλάκια διαφορετικών χρωμάτων, ερευνούν τις σχέσεις των ποσοτήτων και αποφαίνονται για τον αριθμό του πλήθους τους. Επίσης, η σύγκριση αντικειμένων ως προς το μήκος ή το ύψος, δίνει αφορμές για την ανάπτυξη πρακτικών μέτρησης. Η ανάγκη αποθήκευσης σε δοχεία ρευστών υλικών μπορεί να



αποτελέσει το ερέθισμα για την εξερεύνηση τρόπων σύγκρισης της χωρητικότητας δοχείων. Όμως, η ενασχόληση με τις μαθηματικές έννοιες και η ανάδειξή τους στο πλαίσιο του παιγνιδιού δεν γίνεται αυθόρμητα, αλλά μέσω μιας εμπρόθετης καθοδήγησης από το διδάσκοντα.

## **Πώς να διαβαστεί το παρόν βιβλίο**

Στο εισαγωγικό μέρος κάθε κεφαλαίου παρατίθεται το αναγκαίο θεωρητικό υπόβαθρο των εννοιών που αποτελούν αντικείμενο πραγμάτευσης. Οι θεωρητικές αναφορές ενώ επιχειρούν να παρουσιάσουν το σύγχρονο προβληματισμό της διδακτικής των μαθηματικών, δεν είναι εξαντλητικές των θεωρητικών απόψεων στα εν λόγω θέματα. Μάλιστα, συχνά είναι επιλεκτικές, γεγονός που αντανακλά τις ιδιαίτερες επιρροές του συγγραφέα του βιβλίου. Η βιβλιογραφία στο τέλος κάθε κεφαλαίου δίνει τη δυνατότητα για περαιτέρω διερεύνηση. Οι δραστηριότητες που ακολουθούν το θεωρητικό μέρος, ενώ είναι ενταγμένες στην αντίστοιχη θεωρητική προοπτική του κεφαλαίου και μερικές φορές συνοδεύονται από μια ερευνητική προοπτική, μπορεί να αποδεσμευτούν από το ερευνητικό και μεθοδολογικό τους φορτίο και να σταθούν αυτόνομα, ως προτάσεις για δραστηριότητες που μπορεί να αναπτυχθούν στη σχολική αίθουσα.

Συχνά στο κείμενο εισάγονται πλαίσια με ενθέματα, εικόνες και σχήματα που άλλες φορές είναι οργανικά ενταγμένα στο κείμενο, ενώ άλλες διευκολύνουν την κατανόησή του δίνοντας πρόσθετες πληροφορίες. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου η παράθεση ενθεμάτων, σχημάτων και εικόνων έχουν ένα σχετικά αυτόνομο ρόλο και ο σκοπός τους είναι να ωθήσουν τον αναγνώστη σε μια περαιτέρω εμβάθυνση στο θέμα, χωρίς όμως η παρουσία τους να επηρεάζει τη δομή του κειμένου.

Κλείνοντας να σημειώσουμε ότι, όταν γίνεται αναφορά σε εκπαιδευτικούς ή σε μαθητές και μαθήτριες, για λόγους αισθητικής του κειμένου, χρησιμοποιείται άλλες φορές το θηλυκό γένος και άλλες το αρσενικό, χωρίς αυτό να αντανακλά και την αναλογική τους εκπροσώπηση στο χώρο της εκπαίδευσης.

## **Βιβλιογραφία**

- Bartolini Bussi, M.G., and Bazzini, L. (2003). Research, practice and theory in didactics of mathematics: Towards dialogue between different fields. *Educational Studies in Mathematics*, 54 (2-3) pp. 203-223
- Boaler, J. (2002). Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and

- 'working hypotheses' to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 3-21.
- Campbell, S.R. (2006). Educational neuroscience: New horizons for research in mathematics education. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2. pp. 257-264), Prague: PEM.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach*. Routledge, New York and London.
- Collins, A, Joseph, D, Bielaczyc, K (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(1): 15-42
- Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education: Mathematical myths/ pedagogic texts*. London: Falmer Press.
- Dowling, P. (2002). Reading mathematics texts. In P. Gates (Ed.), *Issues in mathematics teaching* (pp.180–196). London: Routledge.
- Juuti.K. & Lavonen. J. (2006). Design- Based Research in Science Education: One Step Towards Methodology. *NorDiNa*. 4:54-68.
- Hoaldehy, U. (2007). The reproduction of social class inequalities through mathematics pedagogies in South African primary schools. *Journal of Curriculum Studies*, 39(6), 679–706.
- Hoadley, U. (2008). Social class and pedagogy: A model for the investigation of pedagogic variation. *British Journal of Sociology of Education*, 29(1), 63–78.
- Koustourakis, G., Zacharos, K., and Papadimitriou, K. (2013). Teaching pre-school Mathematics and influences by the kindergarten school social context: A preliminary study. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, vol. , no. 8 , pp. (έγινε αποδεκτό για δημοσίευση).
- Leontiev, A. N., (1978). *Activity, Consciousness, and Personality*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, N.J.
- Mercer N. (2000). *Η συγκρότηση της γνώσης. Γλωσσική αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικών και εκπαιδευμένων*. Μεταίχμιο.
- Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, Vol. 20, No. 6, 2006.
- Poland, M. & van Oers, B. (2007). Effects of schematising on mathematical development. *European Early Childhood Education Research Journal*, 15:2, pp. 269-293.
- Scherer, P., & Steinbring, H. (2006). Noticing Children's Learning Processes-Teachers Jointly

Reflect on their own Classroom Interaction for Improving Mathematics Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9:157-185.

Sherin, M.G. (2001). Developing a professional vision of classroom events. In T. Wood, B. Scott Nelson, & J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy teaching elementary school mathematics* (pp. 75–93). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Sherin, M.G. (2003). Using Video Clubs to Support Conversations among Teachers and Researchers. *Action in Teacher Education*, v24 n4 p33-45.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, no. 2, pp. 114 - 145.

Van Oers, B. (1999). Quality of Diagnostic Teaching Abilities in Early Education. *European Early Childhood Education Research Journal*, vol. 7, No. 2, pp. 39-51.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Edited by Cole, M., John\_Steiner, V., Scribner, S. & Souberman, E., Harvard University Press.

Zacharos, K., Koustourakis, G., & Papadimitriou, K. (2013). Analysing the implemented curriculum of Mathematics in Preschool Education. *Mathematics Education Research Journal* (έγινε αποδεκτό για δημοσίευση).

Zacharos, K., Koliopoulos, D., Dokimaki, M., & Kassoumi, H. (2007). Attitudes and Beliefs of Prospective Early Childhood Education Teachers towards Mathematics and its Instruction. *European Journal of Teacher Education*, 30(30), 305-318.

ΔΕΠΠΣ (Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών), Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, ΦΕΚ 1366/18-10-2001, τχ. Β.

Ζαχάρος, Κ. Παπανδρέου, Μ. (2004). Τα Μαθηματικά στο Νηπιαγωγείο: μια Κριτική Ανάλυση του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγραμμάτων Σπουδών. Στο Γ. Μπαγάκης (επιμ.) *Ο εκπαιδευτικός και το Αναλυτικό Πρόγραμμα*, 363-371, Μεταίχιμο.

Κασούμη, Ε. (2008). *Απόψεις των νηπιαγωγών της Δημόσιας Εκπαίδευσης για το Νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών στην Προσχολική Εκπαίδευση, η αποδοχή του προγράμματος από τους νηπιαγωγούς και οι στάσεις τους απέναντι στις μαθηματικές έννοιες*. Ανέκδοτη Διπλωματική Εργασία, Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών, Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών.

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). *Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου*.

Παπαδημητρίου, Κ. (2010). *Η αναπαραγωγή των κοινωνικών ανισοτήτων μέσα από τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Νηπιαγωγείο*. Ανέκδοτη Διπλωματική Εργασία, Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών, Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών.

Η έννοια της **μαθηματικής δραστηριότητας** αποτελεί το κεντρικό ενδιαφέρον της έκδοσης αυτής. Το περιεχόμενο της έννοιας της δραστηριότητας αντλείται από την πολιτισμική-ιστορική παράδοση ψυχολόγων όπως οι Vygotsky, Louriá, Davydov, Leontiev κ.ά.

Η μαθηματική δραστηριότητα συνοδεύεται από την εμπρόθετη διδακτική παρέμβαση του εκπαιδευτικού, που όμως σέβεται την αυτονομία του μαθητή και την ενθαρρύνει. Παράλληλα, δίνει έμφαση στη δημιουργία ενός παιδαγωγικού πλαισίου εμπλουτισμένου με νοήματα και ελκυστικό για το μαθητή, με την συνεισφορά κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού που διαμεσολαβεί και διευκολύνει τη μάθηση.

Οι επιμέρους μαθηματικές έννοιες που πραγματεύεται το βιβλίο, αποτελούν προτεινόμενα θέματα των δύο τελευταίων αναλυτικών προγραμμάτων της Προσχολικής Εκπαίδευσης, δηλαδή του ΔΕΠΠΣ, αλλά και του αναλυτικού προγράμματος που προτάθηκε το 2011. Όμως, η θεματολογία διευρύνεται με την ενσωμάτωση του σύγχρονου προβληματισμού στην έρευνα και τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών.

Πρόθεση του βιβλίου είναι να αποτελέσει χρήσιμο εργαλείο για τις/τους εκπαιδευτικούς της Προσχολικής και Πρώτης σχολικής Εκπαίδευσης.

Επίσης, να προσφέρει ερεθίσματα και το αναγκαίο θεωρητικό υπόβαθρο σε όσες/-ους θέλουν να εμβαθύνουν στις σύγχρονες προσεγγίσεις στη μαθηματική εκπαίδευση και ειδικότερα στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών μαθητών.

Ο **Κώστας Ζαχάρος** είναι Αναπληρωτής Καθηγητής στο Τμήμα Επιστημών της Εκπαίδευσης και της Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, στο Πανεπιστήμιο Πατρών. Τα διδακτικά και ερευνητικά του ενδιαφέροντα είναι εστιασμένα σε θέματα μαθηματικής εκπαίδευσης.